

Uniwersytet Śląski w Katowicach  
Wydział Matematyki Fizyki i Chemii  
Instytut Fizyki

Rozprawa doktorska

**Oscylacje akceleratorowych neutrin z uwzględnieniem ich  
niestandardowych oddziaływań**

Sebastian Zając

Promotor  
Prof. dr hab. Marek Zrałek

Katowice 2013

## *Podziękowania*

Prezentowana rozprawa doktorska przygotowana została pod opieką Pana prof. dr hab. Marka Zrałka, któremu dziękuję za okazaną pomoc, cenne uwagi i sugestie, które wpłynęły na ostateczny kształt tej pracy, jak również za zaangażowanie i życzliwość okazane mi podczas kilkuletniej opieki naukowej w trakcie studiów magisterskich i doktoranckich.

Pragnę podziękować również wszystkim pracownikom zakładu Teorii Pola i Cząstek Elementarnych: prof. dr hab. Henrykowi Czyżowi, prof. dr hab. Karolowi Kołodziejowi, dr hab. Januszowi Gluzie, oraz Michałowi Guni za cenne wykłady i współpracę przez okres studiów. Prof. dr hab. Władysławowi Borgielowi za liczne rozmowy dotyczące mechaniki kwantowej, dr Jackowi Sysce i prof. dr hab. Markowi Biesiadzie za liczne rozmowy i wielkie wsparcie w trakcie studiów.

Szczególne podziękowania składam przyjaciołom: Bartoszowi Dziewitowi, dr Annie i dr Szymonowi Szczypińskim oraz mojemu prywatnemu Sokratesowi dr Jerzemu Królowi – dzięki któremu „wiem, że nic nie wiem”, za wsparcie, wspólnie spędzony czas na wspinaniu i wiarę w powstanie tego doktoratu.

Dziękuję również wszystkim znajomym, muzykom i wszystkim którzy okazywali wsparcie w trakcie studiów i pisania rozprawy doktorskiej.

W szczególny sposób pragnę podziękować moim rodzicom oraz mojej dziewczynie Nice Lubowicz za anielską cierpliwość do mojej osoby i wsparcie.

*Sebastian Zajęc*

# Spis treści

<b>Wstęp</b>	<b>1</b>
<b>1 Oddziaływania neutrin</b>	<b>3</b>
1.1 Kinematyka pól Diraca i Majorany . . . . .	3
1.2 Oddziaływania neutrin w Modelu Standardowym . . . . .	8
1.3 Oddziaływania neutrin w MS z małą masą neutrin - $\nu$ MS . . . . .	11
1.4 Oddziaływania neutrin poza Modelem Standardowym . . . . .	16
<b>2 Produkcja neutrin</b>	<b>20</b>
2.1 Stan neutrina w procesie rozpadu pionu $\pi^+$ . . . . .	21
2.1.1 Amplitudy rozpadu pionu w $\nu$ MS . . . . .	23
2.1.2 Amplitudy rozpadu pionu w przypadku oddziaływań Nowej Fizyki . . . . .	25
<b>3 Oscylacje neutrin w materii</b>	<b>28</b>
3.1 Ewolucja macierzy gęstości . . . . .	29
3.2 Efektywny Hamiltonian oddziaływania neutrin w materii . . . . .	31
3.2.1 Ogólny Hamiltonian oddziaływania neutrin z cząstkami materii . . . . .	32
3.2.2 Efektywne potencjały oddziaływania neutrin w materii . . . . .	33
3.3 Efektywne oddziaływanie neutrin w materii ziemskiej . . . . .	36
<b>4 Detekcja neutrin</b>	<b>39</b>
4.1 Detekcja neutrin w formalizmie macierzy gęstości . . . . .	39
4.2 Rozpraszanie neutrin na nukleonach tarczy detektora . . . . .	40
<b>5 Obecne eksperymenty oscylacji neutrin, parametry oscylacyjne i ich błędy w ramach <math>\nu</math>MS</b>	<b>43</b>
5.1 Akceleratorowe eksperymenty oscylacyjne . . . . .	44
5.2 Parametry oscylacyjne . . . . .	46
5.3 Rekonstrukcja przypadków oddziaływania neutrin w detektorach . . . . .	48
<b>6 Oscylacje neutrin poza <math>\nu</math>MS</b>	<b>50</b>
6.1 Ograniczenia na parametry poza $\nu$ MS . . . . .	50
6.1.1 Ograniczenia na parametry NSI z eksperymentów . . . . .	50
6.1.2 Ograniczenia na parametry części neutralnej NC . . . . .	51
6.1.3 Ograniczenia na parametry części naładowanej CC . . . . .	52
6.2 Możliwość obserwacji Nowej Fizyki w eksperymentach oscylacji neutrin . . . . .	55
6.2.1 Eksperyment OPERA . . . . .	56
6.2.2 Eksperyment NO $\nu$ A . . . . .	60
<b>Wnioski</b>	<b>63</b>
<b>Uzupełnienia</b>	<b>65</b>
U.1 Efektywny Hamiltonian oddziaływania neutrin z materią . . . . .	65
U.2 Transformacja Fierz'a . . . . .	66
U.3 Efektywny Hamiltonian wyrażony przez Lagrangiany Nowej Fizyki . . . . .	68
U.4 Wyznaczanie macierzy $g_{fa}$ i $\bar{g}_{fa}$ dla efektywnego Hamiltonianu $\mathcal{H}^{eff}$ . . . . .	70
U.5 Obliczenia Elementu macierzowego $M_a^f$ . . . . .	73
U.6 Szerokość połówkowa rozpadu pionu . . . . .	75
U.6.1 $R_{e/\mu}$ dla oddziaływań MS . . . . .	75
U.6.2 $R_{e/\mu}$ dla oddziaływań NF . . . . .	77

## Wstęp

„We can't solve problems by using the same kind of thinking we used when we created them.”  
(Albert Einstein)

W 1930 roku Wolfgang Pauli w liście do fizyków uczestniczących w spotkaniu w Tübingen (Niemcy) zapostulował istnienie nowych cząstek elementarnych. Cząstki te podobne do elektronów, są głównym składnikiem materii w całym wszechświecie. Choć w każdej sekundzie przez nasze ciało przechodzi ich około dziesięć bilionów, trudno je zarejestrować. Odkryte ponad pięćdziesiąt lat temu wciąż wzbudzają zainteresowanie i są źródłem wielu skrywanych jeszcze aspektów, których ujawnienie wpłynie na lepsze poznanie otaczającego nas świata. Cząstki, o których mowa nazywa się neutrinami. Badanie własności neutrino stało się przedmiotem zainteresowania wielu fizyków, zarówno eksperymentatorów, jak i teoretyków, o czym świadczą przyznane nagrody Nobla z fizyki: w 1995 r. za eksperymentalne odkrycie neutrino (F. Reines), w 1998 r. za przedstawienie dubletowej struktury leptonów poprzez odkrycie neutrino mionowego (L. M. Lederman, M. Schwartz i J. Steinberger), w 2002 r. za detekcję neutrino kosmicznych (R. Davis Jr. i M. Koshiba). Neutrino przyczyniły się również do pozytywnej weryfikacji Standardowego Modelu Słońca [1], która była możliwa dzięki analizie danych z eksperymentów SuperKamiokande i SNO (Sudbury Neutrino Observatory [2]). Wyjaśnienie problemu mniejszego strumienia neutrino (niż przewiduje to model) jest możliwe dzięki mechanizmowi oscylacji neutrino elektronowych w neutrino mionowe i taonowe. Obserwacja oscylacji możliwa jest gdy neutrino posiadają masę, co bezpośrednio wskazuje na istnienie nowego mechanizmu nie uwzględnionego w Modelu Standardowym (MS) (w modelu tym neutrino są bezmasowe). Dodatkowo masywne neutrino wiążą się z niezachowaniem liczb leptonowych  $L_e$ ,  $L_\mu$ ,  $L_\tau$ . Analiza procesów z udziałem pozostałych leptonów, wskazuje na zachowanie poszczególnych liczb leptonowych. Fakty te wskazują nie tylko na teoretyczny ale i doświadczalny kierunek rozwoju fizyki poza Modelem Standardowym.

Ze względu na wyjątkowy charakter neutrino, cząstki te mogą mieć naturę Diraca lub Majorany. Kinematykę i opis pól reprezentujących takie cząstki przedstawiono w rozdziale 1.1. Eksperymentalne potwierdzenie natury neutrino jest obecnie bardzo istotnym problemem fizycznym, gdyż charakter neutrino ściśle związany jest z mechanizmem generowania ich masy. Teoretyczny opis oddziaływań bezmasowych neutrino w Modelu Standardowym przedstawiony został w rozdziale 1.2. W kolejnej części pracy przedstawiono jedno z najbardziej popularnych rozszerzeń MS, w którym neutrino są już masywne ( $\nu$ MS). Oddziaływania w takich rozszerzeniach modyfikowane są tylko przez pojawienie się macierzy mieszania w części prądów naładowanych. W przypadku obu tych modeli (MS oraz  $\nu$ MS), ze względu na typ występujących oddziaływań, w eksperymentach oscylacyjnych nie ma możliwości rozstrzygnięcia czy neutrino to cząstki Diraca czy też Majorany.

Celem pracy jest teoretyczny opis procesu oscylacji neutrin, od ich powstania w akceleratorze, przez propagację w materii, po detekcję, w przypadku wszystkich, dozwolonych w ramach kwantowej teorii pola oddziaływań. Oddziaływania te wyrażone będą przez modyfikację Lagrangianów  $\nu$ MS opisanych dokładnie w rozdziale 1.4. Opis teoretyczny obecnych eksperymentów oscylacyjnych (z wykorzystaniem oddziaływań  $\nu$ MS) bazuje na definicji stanu produkowanych neutrin jako stanu czystego. Jak pokazano w pracy, podejście to jest prawidłowe tylko w przypadku oddziaływań  $\nu$ MS. W przypadku rozszerzenia oddziaływań kompletny opis stanu neutrina powinien zawierać również informację o oddziaływaniu prawych neutrin (o dodatniej skrętności). W tej sytuacji naturalnym podejściem jest rozszerzenie opisu przez stany czyste na formalizm macierzy gęstości. Opis ten zdefiniowany i zastosowany zostanie zarówno do produkcji, oscylacji jak i detekcji neutrin. Przedmiotem pracy będą neutrina wytwarzane w sposób sztuczny przez akceleratory, dzięki którym uzyskujemy możliwość precyzyjnego określenia nie tylko wiązki neutrin, ale i doboru najlepszego miejsca na detektor. W rozdziale 5 przedstawione zostały obecne oraz planowane eksperymenty, badające neutrina akceleratorowe.

W celu wykrycia możliwych efektów fizyki poza Modelem Standardowym szczegółowo zostanie przeanalizowany proces produkcji neutrin z rozpadu pionu  $\pi^+$ , zarówno w przypadku oddziaływań w  $\nu$ MS, jak i oddziaływań Nowej Fizyki (rozdział 2). Kolejnym istotnym aspektem do zbadania jest wpływ Nowej Fizyki na oscylację neutrin w materii ziemskiej (rozdział 3). Szczegółowe obliczenia z wykorzystaniem Lagrangianów NF dla produkcji i oscylacji zawarte zostały w uzupełnieniach. Współczesne detektory w przypadku badających oscylację neutrin eksperymentów akceleratorowych oparte są na tarczach jądrowych (np. argon czy węgiel). W rozdziale 4, wykorzystując głęboko nieelastyczne rozpraszanie na nukleonach, omówiono proces detekcji w formalizmie macierzy gęstości zarówno dla neutrin Diraca jak i Majorany. Podana została również formuła pozwalająca określić ilość neutrin, które po oscylacji dotarły do detektora.

Wpływ oddziaływań poza MS na poszczególne etapy: produkcji, oscylacji oraz detekcji został przeanalizowany na podstawie programu napisanego przez autora rozprawy, który pozwala wyznaczyć przekrój czynny procesu detekcji neutrin w przypadku zarówno oddziaływań Modelu Standardowego jak i Nowej Fizyki (rozdział 6.2).

Aby wskazać możliwości weryfikacji dodatkowych oddziaływań, przekroje czynne dla całego procesu obliczone zostały dla dwóch eksperymentów: OPERA, oraz NO $\nu$ A w ramach ograniczeń na parametry dodatkowych oddziaływań (rozdział 6.1). Analiza błędów systematycznych otrzymanych z obecnych danych eksperymentalnych wskazuje, iż wykrycie efektów Nowej Fizyki generowanej przez oddziaływania prawoskrętne może być bardzo trudne lub nawet wręcz niemożliwe. Jednoznaczne wskazanie, który z modeli oddziaływań jest realizowany może zostać określone dopiero, gdy odpowiednio dobrze wyznaczone zostaną parametry oscylacyjne, oraz będzie się dysponować odpowiednio dużą statystyką przypadków neutrin w detektorach. Istotne również będą nowe i bardziej precyzyjne ograniczenia na parametry.

# 1 Oddziaływania neutrin

## 1.1 Kinematyka pól Diraca i Majorany

Fermiony to cząstki o spinie połówkowym opisywane kwantowym, spinorowym polem Diraca. W Modelu Standardowym (MS) (opisanym dokładniej w następnym podrozdziale) podstawowymi fermionami są kwarki, naładowane leptony oraz neutralne neutrina. Wszystkie te cząstki (z wyjątkiem neutrin) mają naturę cząstek Diraca. W przypadku bezmasowych neutrin o oddziaływaniu lewoskrętnym sprawa nie jest rozstrzygnięta. Wiele współczesnych eksperymentów oscylacyjnych wykazało, iż neutrina posiadają masę. Fakt ten wprowadza dodatkową możliwość mogą one mieć naturę Majorany bądź Diraca. Własności pola Diraca i Majorany zostały szczegółowo opisane np. w [3]. Dla ujednoczenia notacji i wygody czytelnika zostaną przytoczone podstawowe własności neutrin.

Lagrangian Diraca opisujący nieoddziałujące pole fermionowe o masie  $m$  ma postać:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu - m)\psi(x), \quad (1)$$

gdzie pole  $\psi$  to czterekomponentowy spinor,  $\bar{\psi}$  dane jest przez:

$$\bar{\psi}(x) \equiv \psi^\dagger(x)\gamma^0, \quad (2)$$

natomiast

$$\overleftrightarrow{\partial}_\mu \equiv \overrightarrow{\partial}_\mu - \overleftarrow{\partial}_\mu, \quad (3)$$

gdzie  $\overleftarrow{\psi}\overleftarrow{\partial}_\mu \equiv \partial_\mu\bar{\psi}$ .

Macierze  $\gamma^\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) to zbiór czterech macierzy  $4 \times 4$  zwanych macierzami Diraca, które spełniają relacje antykomutacji:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (4)$$

oraz

$$\gamma^0\gamma^{\mu\dagger}\gamma^0 = \gamma^\mu. \quad (5)$$

Wszystkie znajdujące się w pracy obliczenia będą wykonywane w reprezentacji chiralnej dla macierzy Diraca:

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \hat{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

gdzie  $\sigma^\mu = (\sigma^0, -\vec{\sigma})$  oraz  $\hat{\sigma}^\mu = (\sigma^0, \vec{\sigma})$ , czyli

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Macierze Pauliego mają następującą postać:

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\sigma} = \left( \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right). \quad (8)$$

Wykorzystując równania Eulera-Lagrange'a (dla (1)), otrzymuje się równanie Diraca

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0. \quad (9)$$

Rozwiązanie powyższego równania (9) można przedstawić jako superpozycję fal płaskich:

$$\psi(x) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E} \sum_{h=\pm 1} [a(\mathbf{p}, h) u(\mathbf{p}, h) e^{-ip \cdot x} + b^\dagger(\mathbf{p}, h) v(\mathbf{p}, h) e^{ip \cdot x}], \quad (10)$$

gdzie  $h = 2\lambda$  to podwojona skrętność (helicity) oraz

$$p^0 = E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}. \quad (11)$$

Wielkości  $u(\mathbf{p}, h)$ ,  $v(\mathbf{p}, h)$  to czterokomponentowe spinory spełniające równania:

$$(p_\mu \gamma^\mu - m)u(\mathbf{p}, h) = 0 \quad (12)$$

oraz

$$(p_\mu \gamma^\mu + m)v(\mathbf{p}, h) = 0. \quad (13)$$

Przyjmując normalizację:

$$\bar{u}(\mathbf{p}, h) u(\mathbf{p}, h') = 2m \delta_{hh'}, \quad (14)$$

$$\bar{v}(\mathbf{p}, h) v(\mathbf{p}, h') = -2m \delta_{hh'}, \quad (15)$$

w reprezentacji chiralnej (6) spinory można zapisać w postaci:

$$u(\mathbf{p}, h) = \begin{pmatrix} \sqrt{E+h|\mathbf{p}|} \chi(\mathbf{p}, h) \\ \sqrt{E-h|\mathbf{p}|} \chi(\mathbf{p}, h) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$v(\mathbf{p}, h) = \begin{pmatrix} h\sqrt{E-h|\mathbf{p}|} \chi(\mathbf{p}, -h) \\ -h\sqrt{E+h|\mathbf{p}|} \chi(\mathbf{p}, -h) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

We współrzędnych sferycznych  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  wektor  $\mathbf{p}$  można zapisać jako:

$$\mathbf{p} = |\mathbf{p}| (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta). \quad (18)$$

Dwukomponentowe spinory przybierają następującą postać:

$$\chi(\mathbf{p}, +1) = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\varphi}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\frac{\varphi}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad \chi(\mathbf{p}, -1) = \begin{pmatrix} -e^{-i\frac{\varphi}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \\ e^{i\frac{\varphi}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

unormowane są w następujący sposób:  $\chi^\dagger \chi = 1$  oraz spełniają równanie:

$$\frac{\mathbf{p}\vec{\sigma}}{|\mathbf{p}|} \chi(\mathbf{p}, h) = h\chi(\mathbf{p}, h). \quad (20)$$

Transformacja pędu  $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$  odpowiada zamianie kątów  $\varphi \rightarrow \pi + \varphi$  oraz  $\theta \rightarrow \pi - \theta$ . Wykorzystując własności funkcji trygonometrycznych, można prosto pokazać następujące relacje dla spinorów (19):

$$\begin{aligned}\chi(-\mathbf{p}, +1) &= \begin{pmatrix} -i e^{-i\frac{\varphi}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \\ i e^{i\frac{\varphi}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = i\chi(\mathbf{p}, -1), \\ \chi(-\mathbf{p}, -1) &= \begin{pmatrix} i e^{-i\frac{\varphi}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \\ i e^{i\frac{\varphi}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = i\chi(\mathbf{p}, 1),\end{aligned}\quad (21)$$

co w ogólności można zapisać jako:

$$\chi(-\mathbf{p}, -h) = i\chi(\mathbf{p}, h). \quad (22)$$

$a(\mathbf{p}, h)$ ,  $b^\dagger(\mathbf{p}, h)$  to odpowiednio komutujące operatory anihilacji i kreacji:

$$\begin{aligned}\{a(\mathbf{p}, h), a^\dagger(\mathbf{p}', h')\} &= \{b(\mathbf{p}, h), b^\dagger(\mathbf{p}', h')\} = (2\pi)^3 2E \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta_{hh'}, \\ \{a(\mathbf{p}, h), a(\mathbf{p}', h')\} &= \{a^\dagger(\mathbf{p}, h), a^\dagger(\mathbf{p}', h')\} = \{b(\mathbf{p}, h), b(\mathbf{p}', h')\} = \\ = \{b^\dagger(\mathbf{p}, h), b^\dagger(\mathbf{p}', h')\} &= \{a(\mathbf{p}, h), b(\mathbf{p}', h')\} = \{a^\dagger(\mathbf{p}, h), b^\dagger(\mathbf{p}', h')\} = \\ = \{a(\mathbf{p}, h), b^\dagger(\mathbf{p}', h')\} &= \{a^\dagger(\mathbf{p}, h), b(\mathbf{p}', h')\} = 0.\end{aligned}\quad (23)$$

W działaniu na stan próżni  $|0\rangle$  operatory anihilacji spełniają warunki:

$$a(\mathbf{p}, h) |0\rangle = 0, \quad b(\mathbf{p}, h) |0\rangle = 0, \quad (24)$$

natomiast

$$a^\dagger(\mathbf{p}, h) |0\rangle = |f(\mathbf{p}, h)\rangle, \quad b^\dagger(\mathbf{p}, h) |0\rangle = |\bar{f}(\mathbf{p}, h)\rangle, \quad (25)$$

gdzie  $|f(\mathbf{p}, h)\rangle$  ( $|\bar{f}(\mathbf{p}, h)\rangle$ ) reprezentuje stan fermionu (antyfermionu) o pędzie  $\mathbf{p}$  i (podwójnej) skrętności  $h$ .

Dla  $n$  Diracowskich pól fermionowych macierz masowa  $M$  (podobnie jak w przypadku kwarków) to zespolona macierz  $n \times n$ , którą można zdiagonalizować przez biunitarną transformację:

$$U_L^\dagger M U_R = m_{diag}, \quad (26)$$

gdzie  $U_L$  i  $U_R$  to unitarne macierze ( $U_L^\dagger = U_L^{-1}$ ,  $U_R^\dagger = U_R^{-1}$ ) o wymiarze  $n \times n$ , natomiast macierz  $m_{diag}$  to diagonalna macierz rzeczywistych oraz dodatnich wartości własnych.

Definiując macierz chiralności:

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (27)$$

można podzielić pole Diraca  $\psi$  (10) na pole prawoskrętne i lewoskrętne (odpowiednio indeks dolny  $R$  i  $L$ ):

$$\psi_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi = P_R \psi = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (28)$$



$$\psi_L \equiv \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi = P_L \psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (29)$$

wtedy

$$\psi = \psi_R + \psi_L = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}. \quad (30)$$

Korzystając z pól prawo i lewo skrętnych Lagrangian Diraca (1), można zapisać jako:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_R i \gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi_R + \bar{\psi}_L i \gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi_L - m(\bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R), \quad (31)$$

a równanie Diraca (9) staje się równoważne równaniom:

$$i \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m \psi_R, \quad (32)$$

$$i \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R = m \psi_L. \quad (33)$$

W przypadku gdy pola są bezmasowe równania (32),(33) są niezależne:

$$i \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = 0, \quad (34)$$

$$i \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R = 0. \quad (35)$$

Bezmasowe fermiony mogą być opisane pojedynczym chiralnym polem (prawoskrętnym bądź lewoskrętnym), które ma tylko dwie niezależne składowe. Chiralne pola  $\psi_R$  oraz  $\psi_L$  zwane spinorami Weyla, spełniają równania Weyla (34), (35).

Ze względu na sprzężenie ładunkowe, które transformuje cząstkę w antycząstkę (i odwrotnie), spinory  $\psi$  oraz  $\bar{\psi}$  transformują się w następujący sposób:

$$\psi(x) \rightarrow \psi^C(x) = \xi_C \mathcal{C} \bar{\psi}^T(x) = -\xi_C \gamma^0 \mathcal{C} \psi^*(x), \quad (36)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}^C(x) = -\xi_C^* \psi^T(x) \mathcal{C}^\dagger, \quad (37)$$

gdzie  $\mathcal{C}$  jest macierzą sprzężenia ładunkowego, dla której zachodzi:

$$\mathcal{C} \gamma_\mu^T \mathcal{C}^{-1} = -\gamma_\mu, \quad \mathcal{C}^\dagger = \mathcal{C}^{-1}, \quad \mathcal{C}^T = -\mathcal{C}. \quad (38)$$

Współczynnik  $\xi_C$  ma moduł równy 1, gdyż stosując operację sprzężenia ładunkowego dwa razy otrzymuje się:

$$|\xi_C|^2 = 1. \quad (39)$$

Możliwość opisu fizycznych cząstek przez spinory Weyla została początkowo odrzucona przez Pauliego (1933), gdyż prowadziła do łamania parzystości. Odkrycie łamania symetrii parzystości (1956-57) przyczyniło się do ponownego rozpatrzenia możliwości opisu bezmasowych cząstek przez spinory Weyla. W czasach tych nie istniały eksperymentalne przesłanki o masie neutrina (ponadto znano tylko jeden typ neutrin), stąd naturalną propozycję stanowił opis neutrina przez lewoskrętny spinor Weyla  $\nu_L$ . Koncepcja ta znana była jako dwukomponentowa teoria bezmasowego neutrina i zastosowana została w MS.

Dwukomponentowy spinor wystarczy do opisania bezmasowych fermionów. Narzuca się zatem pytanie w jaki sposób przedstawia się sytuacja dla cząstek masywnych. Równania (32), (33) sugerują, iż dla cząstek z masą, konieczne staje się użycie czteroskładnikowych spinorów Diraca. W 1937 E. Majorana [4] wykazał, że nie jest to konieczne i wciąż jeszcze można opisać masywną cząstkę za pomocą dwukomponentowych spinorów. Wykorzystując operację sprzężenia ładunkowego, pole  $\psi_R$ , można wyrazić poprzez lewoskrętne pole  $\psi_L$  (tzw. relacja Majorany [3]):

$$\psi_R = \mathcal{C}\bar{\psi}_L^T, \quad (40)$$

gdź  $\mathcal{C}\bar{\psi}_L^T$  transformuje się jak spinor prawy  $\psi_R$ . Podstawiając relację Majorany do równania (32), otrzymuje się równanie Majorany dla chiralnego pola  $\psi_L$  [3]:

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m \mathcal{C} \bar{\psi}_L^T. \quad (41)$$

Dodatkowo, korzystając z (40) pole  $\psi$  (30) można zapisać jako:

$$\psi = \psi_L + \psi_R = \psi_L + \mathcal{C}\bar{\psi}_L^T, \quad (42)$$

skąd otrzymuje się

$$\psi = \mathcal{C}\bar{\psi}^T = \psi^C. \quad (43)$$

Pola spełniające powyższy warunek nazywa się polami Majorany. Warunek ten oznacza równoważność cząstki i antycząstki. Spełniony jest tylko dla cząstek neutralnych, nie posiadających ładunku elektrycznego. Prąd elektromagnetyczny  $j^\mu \sim \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  w przypadku cząstek Majorany znika tożsamościowo:

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \bar{\psi}^C\gamma^\mu\psi^C = -\psi^T\mathcal{C}^\dagger\gamma^\mu\mathcal{C}\bar{\psi}^T = \bar{\psi}\mathcal{C}\gamma^{\mu\dagger}\mathcal{C}^\dagger\psi = -\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = 0. \quad (44)$$

Spośród wszystkich znanych fermionów tylko neutrina są cząstkami neutralnymi i tylko one mogą mieć naturę Majorany.

Pole Majorany (43), podobnie jak pole Diraca (10), można rozpisać na kombinację liniową fal płaskich

$$\psi(x) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E} \sum_{h=\pm 1} [A(\mathbf{p}, h) u(\mathbf{p}, h) e^{-ip\cdot x} + A^\dagger(\mathbf{p}, h) v(\mathbf{p}, h) e^{ip\cdot x}]. \quad (45)$$

Operatory kreacji  $A^\dagger(\mathbf{p}, h)$  i anihilacji  $A(\mathbf{p}, h)$  spełniają następujące relacje antykomutacji:

$$\begin{aligned} \{A(\mathbf{p}, h), A^\dagger(\mathbf{p}', h')\} &= (2\pi)^3 2E \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta_{hh'} \\ \{A(\mathbf{p}, h), A(\mathbf{p}', h')\} &= \{A^\dagger(\mathbf{p}, h), A^\dagger(\mathbf{p}', h')\} = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Jak pokazano poprzednio, aby zapisać człon masowy w przypadku cząstek Diraca (31) należy użyć zarówno pól lewych jak i prawych

$$\mathcal{L}_{mass}^D = -m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R). \quad (47)$$

W przypadku pól Majorany  $\psi_R^C = \mathcal{C}\bar{\psi}_L^T$ , Lagrangian masowy dla lewoskrętnego pola Majorany przyjmuje postać:

$$\mathcal{L}_{mass}^M = -\frac{1}{2}m\bar{\psi}_R^C\psi_L + h.c.. \quad (48)$$

Pełny Lagrangian Majorany, z którego po zastosowaniu równań Eulera-Lagrange'a otrzymujemy równanie Majorany (41), ma następującą postać:

$$\mathcal{L}^M = \frac{1}{2} \left[ \bar{\psi}_L i\gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R^C i\gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi_R^C - m \left( \bar{\psi}_R^C \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R^C \right) \right]. \quad (49)$$

Wykorzystując własność pola Majorany  $\psi$  (43), Lagrangian (49) można zapisać jako:

$$\mathcal{L}^M = \frac{1}{2} \psi (i\gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu - m) \psi. \quad (50)$$

Warto odnotować, iż różni się on od Lagrangianu Diraca (1) czynnikiem  $\frac{1}{2}$ .

Dla  $n$  lewych pól Majorany macierz masowa  $M^L = (n \times n)$  jest symetryczna, co można łatwo pokazać, rozważając człon masowy:

$$\sum_{\alpha,\beta} \psi_{L\alpha}^T \mathcal{C}^\dagger M_{\alpha\beta}^L \psi_{L\beta} = \sum_{\alpha,\beta} \psi_{L\beta}^T \mathcal{C}^\dagger M_{\alpha\beta}^L \psi_{L\alpha} = \sum_{\alpha,\beta} \psi_{L\alpha}^T \mathcal{C}^\dagger M_{\beta\alpha}^L \psi_{L\beta}, \quad (51)$$

gdzie skorzystano z antykomutacji pól oraz z własności  $\mathcal{C}^T = -\mathcal{C}$ . Porównując lewą i prawą stronę otrzymuje się:

$$M_{\alpha\beta}^L = M_{\beta\alpha}^L. \quad (52)$$

Macierz symetryczną można zdiagnozować poprzez transformację:

$$U^T M^L U = m_{diag}, \quad (53)$$

gdzie  $U$  jest unitarną macierzą  $n \times n$ , natomiast  $m_{diag}$  to macierz rzeczywistych i dodatnich wartości własnych.

## 1.2 Oddziaływania neutrin w Modelu Standardowym

Model Standardowy cząstek elementarnych (MS) jest obecnie najbardziej efektywnym modelem wszystkich znanych oddziaływań (z wyjątkiem grawitacyjnych). Model ten, rozwijany przez ostatnie pięćdziesiąt lat, znalazł potwierdzenie w wynikach licznych eksperymentów. Jest to teoria oparta na kwantowej teorii pola z lokalną symetrią cechowania o grupie  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  (gdzie C to kolor, L oznacza lewoskrętną chiralność, natomiast Y to hiperładunek). Model ten klasyfikuje pola materii – **fermiony** (leptony i kwarki) oraz oddziaływania – **bozony**. Bozony stanowią: foton, bozony pośredniczące  $W^\pm, Z^0$  oraz gluony. W MS symetria kolorowej grupy  $SU(3)_C$  nie jest złamana, co oznacza brak mieszania między sektorem oddziaływań silnych  $SU(3)_C$  oraz sektorem oddziaływań elektroślabych  $SU(2)_L \times U(1)$ . Z tego też powodu oddziaływania elektroślabe mogą być rozważane osobno, obok oddziaływań silnych. Kwarki i leptony

odróżniają się typem oddziaływań: pierwsze uczestniczą we wszystkich oddziaływaniach, drugie natomiast oddziałują tylko elektroslabo. Istotną cechą kwarków stanowi traktowanie ich jako elementarne składniki **hadronów**, nie występują one jednak jako cząstki swobodne. Teoria opisująca oddziaływania silne oparta na teorii z lokalną symetrią cechowania  $SU(3)_C$  to tzw. **chromodynamika kwantowa** (QCD - *quantum chromodynamics*). Teoria oddziaływań słabych w ramach MS została opisana przez Weinberga [5], Glashowa [6] oraz Salama [7]. Ważną częścią tej teorii jest tzw. mechanizm Higgsa (spontaniczne łamanie symetrii), dzięki któremu cząstki nabywają masę.

Model Standardowy zakłada istnienie 3 generacji leptonów i kwarków. Założenie to zostało potwierdzone w latach 90-tych w pomiarach liczby zapachów neutrin w eksperymentach w LEP-ie [8]. Leptony to: **elektron** ( $l^1 \equiv e$ ), **mion** ( $l^2 \equiv \mu$ ) oraz **taon** ( $l^3 \equiv \tau$ ), towarzyszą im **neutrino**, odpowiednio  $\nu_e, \nu_\mu$  oraz  $\nu_\tau$ . Kwarki stanowią odpowiednio: **up**  $u$ , **down**  $d$ , **charm**  $c$ , **strange**  $s$ , **bottom**  $b$  oraz **top**  $t$ .

Lewoskrętne leptony są dubletami grupy  $SU(2)$ , podobnie jak i lewoskrętne kwarki oraz bozon Higgsa (ich izospin  $I = \frac{1}{2}$ ). Prawoskrętne leptony i kwarki to singlety  $SU(2)$  (o izospinie  $I = 0$ ). Trzecia składowa izospinu  $I_3$  związana jest z ładunkiem  $Q$  poprzez relację Gell–Mann’a–Nishijimy

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad (54)$$

Powyższa relacja jest wynikiem unifikacji oddziaływań słabych i elektromagnetycznych, która potwierdzona została po raz pierwszy w 1973 roku w CERN-ie poprzez odkrycie prądów neutralnych.

W czasach, gdy powstawała teoria Gleshowa, Weinberga, Salama, znane były jedynie dwa leptony naładowane  $e, \mu$  oraz dwa neutrino  $\nu_e, \nu_\mu$ , co przyczyniło się do konstrukcji Modelu Standardowego opartego na czterech przytoczonych cząstkach. Model ten stosowany był aż do roku 1975, gdy odkryto trzeci lepton naładowany  $\tau$ . Niezbędne więc stało się wprowadzenie odpowiedniego neutrino  $\nu_\tau$ .

Oddziaływania leptonów ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) i kwarków w MS można rozdzielić na trzy części:

$$\mathcal{L}_{\text{Int}}^{SM} = \mathcal{L}_{CC}^{SM} + \mathcal{L}_{NC}^{SM} + \mathcal{L}_{QED}. \quad (55)$$

Część elektromagnetyczna ( $\mathcal{L}_{QED}$ ) nie jest istotna w naszych rozważaniach, dlatego oddziaływania (55) ograniczą się do części naładowanej  $CC$  i neutralnej  $NC$ . Część hadronową, ze względu na proces produkcji rozważany w pracy (rozpad pionu) oraz część oscylacyjną (oddziaływania w materii ziemskiej), ograniczono do kwarków  $u$  i  $d$ .

Część naładowana ( $CC$ ) wyraża się przez [9, 10]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC}^{SM} = & \frac{-e}{2\sqrt{2}\sin\theta_W} \left\{ \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L l^\alpha W_\mu^+ + \right. \\ & \left. + \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^q V_{ud}^* d W_\mu^+ \right\} + h.c., \end{aligned} \quad (56)$$

gdzie  $\theta_W$  to kąt Weinberga,  $\varepsilon_L = 1$ ,  $\varepsilon_L^q = 1$ , natomiast  $V_{ud}^*$  to element unitarnej macierzy mieszania kwarków Cabibbo-Kobayashi-Maskawy (CKM) [11, 12].

Część neutralna oddziaływań z  $Z^0$  dana jest przez:

$$\mathcal{L}_{NC}^{SM} = \frac{-e}{4 \sin \theta_W \cos \theta_W} \left\{ \sum_f \bar{f} [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{Nf} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{Nf}] f Z_\mu \right\}, \quad (57)$$

gdzie suma po  $f$  oznacza sumowanie po wszystkich fermionach (neutrinach, leptonach naładowanych, kwarkach up i down). Stałe  $\varepsilon_{L,R}^{Nf}$  zdefiniowane są następująco:

$$\begin{aligned} \varepsilon_L^{Nf} &= 2T_f^3 - 2q_f \sin^2 \theta_W, \\ \varepsilon_R^{Nf} &= -2q_f \sin^2 \theta_W, \end{aligned} \quad (58)$$

gdzie  $T_f^3$  to wartość słabego izospinu fermionu  $f$ , natomiast  $q_f$  to jego ładunek elektryczny.

Stałe (58) Lagrangianu (57) przedstawia poniższa tabela:

fermion	$\varepsilon_L^{Nf}$	$\varepsilon_R^{Nf}$
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	1	0
$e, \mu, \tau$	$-1 + 2 \sin^2 \theta_W$	$2 \sin^2 \theta_W$
$u$	$1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	$-\frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$
$d$	$-1 + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$

Tabela 1: Stałe oddziaływań z  $Z^0$  w Modelu Standardowym.

Z postaci Lagrangianów (56) oraz (57) można zauważyć, że oddziaływania w MS zachowują elektronową  $L_e$ , mionową  $L_\mu$  i taonową  $L_\tau$  liczbę leptonową. Wszystkie dane eksperymentalne (poza oscylacjami neutrino) wskazują na zachowanie każdej z wymienionych liczb z osobna. Przykład mogą stanowić rozpady łamiące liczby leptonowe, dla których istnieją silne ograniczenia na szerokości połówkowe (90% C.L) [13]

$$\Gamma(\mu \rightarrow e\gamma)/\Gamma(\mu \rightarrow \text{all}) < 1.2 \times 10^{-11}, \quad (59)$$

$$\Gamma(\mu \rightarrow e^- e^+ e^-)/\Gamma(\mu \rightarrow \text{all}) < 1.0 \times 10^{-12}. \quad (60)$$

Zachowanie poszczególnych liczb leptonowych oznacza, że całkowita liczba leptonowa:

$$L = L_e + L_\mu + L_\tau \quad (61)$$

w MS jest również zachowana.

Warto zauważyć, że odwrotne twierdzenie nie jest prawdziwe.

### 1.3 Oddziaływania neutrin w MS z małą masą neutrin - $\nu$ MS

W Modelu Standardowym neutrina są bezmasowe gdyż:

- (a) brak w MS prawoskrętnych pól  $\nu_R$ ,
- (b) występuje tylko jeden dublet Higgsa,
- (c) wymaga się aby teoria była renormalizowalna.

Wiele eksperymentów (w tym ostatnie wykonane w LHC) zgodnych jest z Modelem Standardowym. Neutrina przyczyniły się również do sukcesu MS. Przykładowo dane otrzymane w LEP w 1989 roku z tzw. szerokości rozpadu  $Z^0$  pozwoliły określić liczbę generacji leptonów jako trzy [8]. Eksperymentalna wartość szerokości połówkowej  $Z^0$  pokazała więc, że istnieją tylko trzy neutrina o masie mniejszej niż  $\frac{M_Z}{2}$  sprzęgające się zgodnie z przewidywaniami MS. Przekroje czynne na procesy, gdzie udział biorą neutri-no + elektron, neutri-no + nukleon są obecnie mierzone w różnych zakresach energii oraz dla różnych kanałów końcowych. Dotychczas wszystkie pomiary zgadzały się z przewidywaniami MS (dla bezmasowych neutrin).

W 1958 roku Goldhaber [14] i jego grupa badając proces

$$e^- + Eu \rightarrow \nu_e + Sm + \gamma \quad (62)$$

(gdzie Eu - Europ, Sm - Samar) dokonała pomiaru skrętności neutrina elektronowego. Wynik eksperymentu okazał się zgodny z teorią dwukomponentową oraz potwierdził fakt, iż neutrina są cząstkami lewoskrętnymi. Warto dodać, iż ten sam pomiar powtarzano dla neutrin mionowych [15, 16], gdzie również uzyskano podobny rezultat. Problem masy neutrin posiada swoją bardzo interesującą historię. Już Pauli rozważał neutrina jako cząstki z bardzo małą masą (dużo mniejszą od masy elektronu) [17]. Pierwszą propozycję pomiaru masy neutrina z widma rozpadu  $\beta$  zaproponowali Fermi oraz Perrin [18, 19, 20]. Eksperymenty te ograniczyły masę neutrina do  $m_\nu \lesssim 250$  eV [21]. Obecnie wiadomo, że  $m_\nu \lesssim 2$  eV [13]. Takie ograniczenia na masę były jednym z głównych powodów przyjęcia bezmasowych neutrin w MS.

Pierwsze problemy ze zgodnością z Modelem Standardowym pojawiły się w tzw. problemie neutrin słonecznych. Chlorowy detektor w Homestake w 1968 r. zarejestrował mniejszą ilość neutrin niż przewidywał to tzw. Standardowy Model Słońca (SMS) [22, 23]. Z początku wydawało się mało prawdopodobne wyjaśnienie problemu przez zmianę MS, dopatrywano się raczej problemu w SMS lub błędów w eksperymencie. Kolejne eksperymenty wykonywane przez kolaboracje Kamiokande [24], SAGE [25], GALLEX [26] potwierdziły jednakże wyniki otrzymane w Homestake. Istnieje wiele teoretycznych modeli „Poza Modelem Standardowym” (PMS), w których neutrina posiadają masę. Jednym z najprostszych i bardzo popularnych rozwiązań są modele, w których jedynym wkładem „Nowej Fizyki” dla obecnie osiągalnych energii są masywne neutrina, natomiast modyfikacje oddziaływań kwarków i leptonów (oddziaływania PMS) są całkowicie zaniechane. Modele te nazywane są często „New Standard Model” i oznaczane są jako  $\nu$ MS.

W wymienionych modelach elementy nowej fizyki (spoza MS) pojawiają się w masowym Lagrangianie dla neutrin, co w konsekwencji daje macierz mieszania w oddziaływaniach prądów naładowanych (CC). Zarówno człony masowe lagrangianów jak i postać macierzy mieszania w tych modelach są różne dla neutrin Majorany i Diraca[9].

Dla neutrin Diraca masa generowana jest, tak jak w przypadku pozostałych leptonów, przez mechanizm Higgsa. Jedynym rozszerzeniem MS w tym przypadku jest wprowadzenie dodatkowych prawoskrętnych pól  $\nu_{\alpha R}$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ). Modele takie nazywane są często minimalnym rozszerzeniem Modelu Standardowego. Prawe neutrina różnią się jednak bardzo od pozostałych fermionów, są one singletami  $SU(3)_c \times SU(2)_L$  o hipereładunku  $Y = 0$ . Neutrina takie nazywamy **sterylnymi**, gdyż nie uczestniczą w oddziaływaniach silnych, słabych ani elektromagnetycznych. Oddziałują tylko grawitacyjnie. Lewoskrętne neutrina, oddziałujące słabo nazywane są neutrinami aktywnymi. Człon Yukawy w przypadku trzech sterylnych i aktywnych neutrin ma strukturę analogiczną do członu Yukawy dla leptonów [3]:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_H(D) &= -\left(\frac{v+H}{\sqrt{2}}\right)\bar{\nu}_L Y^\nu \nu_R + h.c. = \\ &= -\left(\frac{v+H}{\sqrt{2}}\right)\sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau}\bar{\nu}_{\alpha L} Y_{\alpha\beta}^\nu \nu_{\beta R} + h.c.,\end{aligned}\quad (63)$$

gdzie (korzystając z postaci dubletu Higgsa w tzw. cechowaniu unitarnym [3])  $H$  to skalarne pole Higgsa,  $v$  to wartość oczekiwana próżni dubletu Higgsa, macierz  $Y^\nu$  to tzw. macierz Yukawy, którą można zdiagonalizować (26):

$$V_L^{\nu\dagger} Y^\nu V_R^\nu = y^\nu, \quad (64)$$

gdzie  $V_L^\nu$  i  $V_R^\nu$  to unitarne macierze ( $V_L^{\nu\dagger} = V_L^{\nu-1}$ ,  $V_R^{\nu\dagger} = V_R^{\nu-1}$ ) natomiast  $y_{ij}^\nu = y_i \delta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) to rzeczywiste oraz dodatnie wartości własne.

Pola neutrin to odpowiednio:

$$\nu_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \nu_R \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}. \quad (65)$$

Dokonując unitarnej transformacji tych pól w sposób:

$$n_L = V_L^\nu \nu_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix}, \quad n_R = V_R^\nu \nu_R \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \\ \nu_{3R} \end{pmatrix}, \quad (66)$$

można zapisać lagrangian (63) w postaci:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_H(D) &= -\left(\frac{v+H}{\sqrt{2}}\right)\bar{n}_L y^\nu n_R + h.c. \\ &= -\left(\frac{v+H}{\sqrt{2}}\right)\sum_{k=1}^3\bar{\nu}_{kL} y_k \nu_{kR} + h.c.\end{aligned}\quad (67)$$

Ponadto korzystając z rozkładu pola neutrina na pole prawo i lewo skrętnie (30) można napisać:

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kR}, \quad \text{dla } k = 1, 2, 3, \quad (68)$$

dzięki czemu otrzymuje się:

$$\mathcal{L}_H(D) = - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k H. \quad (69)$$

Masa neutrin Diraca dana jest przez:

$$m_i = \frac{y_i v}{\sqrt{2}}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (70)$$

Gdy neutrina posiadają masę musi pojawić się dodatkowe oddziaływanie neutrin z neutralną cząstką Higgsa, które można odnaleźć w ostatnim członie lagrangianu (69).

Masa neutrin otrzymana według wyżej opisanego mechanizmu, tak jak w przypadku naładowanych leptonów i kwarków, jest proporcjonalna do wartości oczekiwanej próżni Higgsa  $v$ . Mechanizm ten nie wyjaśnia jednak dlaczego masy neutrin są nieporównywalnie małe w stosunku do naładowanych leptonów oraz kwarków. Mechanizm Higgsa nadal pozostawia całkowicie otwartą kwestię wyjaśnienia wartości stałych Yukawy dla wszystkich cząstek. Stąd w Modelu Standardowym oraz w  $\nu$ MS nadal nie wyjaśnione zostają wartości mas poszczególnych cząstek. Problem ten pozwala przypuszczać, iż MS oraz jego podstawowe rozszerzenia powinny być traktowane jako teorie efektywne, otrzymane jako niskoenergetyczne przybliżenie bardziej fundamentalnej teorii, w której masy kwarków i leptonów są wyznaczane z samej teorii.

Warto oznaczyć leptony naładowane w bazie zapachowej przez:

$$l_L \equiv \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad l_R \equiv \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix}. \quad (71)$$

Leptony naładowane to cząstki Diraca, stąd wykorzystując równanie (26) macierz masowa zdiagonalizowana może być przez biunitarną transformację:

$$V_L^{l\dagger} M^l V_R^l = m_{\text{diag}}^l. \quad (72)$$

Dokonując transformacji pól zapachowych

$$l_{\alpha L} = \sum_a (V_L^l)_{\alpha a} l_{aL}^m, \quad l_{\alpha R} = \sum_a (V_R^l)_{\alpha a} l_{aR}^m \quad (73)$$

można wyrazić leptony naładowane w bazie masowej, gdzie

$$l_L^m \equiv \begin{pmatrix} e_{1L} \\ \mu_{2L} \\ \tau_{3L} \end{pmatrix}, \quad l_R^m \equiv \begin{pmatrix} e_{1R} \\ \mu_{2R} \\ \tau_{3R} \end{pmatrix}. \quad (74)$$



Składając trzy zapachowe pola Majorany, tak jak w przypadku pól Diraca (65), można skonstruować człon masowy Majorany (48) w postaci:

$$\mathcal{L}_{mass}(M) = -\frac{1}{2} \nu_L^T C^\dagger M^L \nu_L + h.c. = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} \nu_{\alpha L}^T C^\dagger M_{\alpha\beta}^L \nu_{\beta L} + h.c., \quad (75)$$

gdzie, korzystając z (51), macierz  $M^L$  jest macierzą symetryczną, do której diagonalizacji wystarczy jedna macierz unitarna  $V_L^\nu$  (53). Diagonalizując pola zapachowe zgodnie z transformacją (66) lagrangian masowy (75), można zapisać jako:

$$\mathcal{L}_{mass}(M) = -\frac{1}{2} n_L^T C^\dagger m_{diag} n_L + h.c. = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i \nu_{iL}^T C^\dagger \nu_{iL} + h.c. \quad (76)$$

Masowy Lagrangian Majorany nie jest niezmienniczy ze względu na globalną symetrię  $U(1)$ :

$$\nu_{iL} \rightarrow e^{i\phi} \nu_{iL}, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (77)$$

z tą samą fazą  $\phi$  dla wszystkich masowych neutrin. Fakt ten jest przyczyną złamania całkowitej liczby leptonowej oraz daje możliwość bezneutrinowego podwójnego rozpadu  $\beta$ .

Analiza macierzy masowej neutrin jest jednym z narzędzi pozwalającym na weryfikacje różnych modeli teoretycznych, które wyznaczają kształt (tekstury) i możliwe wartości elementów tej macierzy. Dostępne obecnie dane doświadczalne pozwalają wyznaczyć możliwe wartości elementów macierzy (w funkcji najbliższego neutrina) w przypadku neutrin Diraca [27], jak również w bardziej skomplikowanym przypadku neutrin Majorany [28].

Mieszanie i oddziaływanie neutrin Majorany z leptonami można opisać dokładnie tak samo jak w przypadku neutrin Diraca. Różnica związana jest z niezachowaniem globalnej symetrii  $U(1)$  (77), która przekłada się na ilość faz łamiących symetrię CP.

Oddziaływanie masywnych neutrin z leptonami można zapisać analogicznie do prądu naładowanego z lagrangianu (56)

$$j_{W,L}^\mu = 2 \bar{\nu}_L \gamma^\mu l_L = 2 \bar{n}_L V_L^{\nu\dagger} \gamma^\mu V_L^l l_L^m = 2 \bar{n}_L V_L^{\nu\dagger} V_L^l \gamma^\mu l_L^m. \quad (78)$$

Część naładowana lagrangianu zależy od iloczynu:

$$U = V_L^{l\dagger} V_L^\nu. \quad (79)$$

W zależności od ilości neutrin ( $n$ ) macierz  $U$  może być sparametryzowana przez  $\frac{n(n-1)}{2}$  kątów, oraz  $\frac{n(n+1)}{2}$  faz. Dla neutrin Diraca można przededefiniować pola i tym samym zmniejszyć ilość faz do  $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ , podczas gdy dla neutrin Majorany po redefinicji pól pozostaje  $\frac{n(n-1)}{2}$  faz. W  $\nu$ MS istnieją trzy zapachowe neutrina stąd dla neutrin Diraca macierz mieszania zależy od trzech kątów i jednej fazy. W tym przypadku macierz  $U$  nazywana jest macierzą Maki-Sakaty-Nakagawy-Pontecorvo (MNSP) [29, 30] i oznaczana się ją jako [13]  $U_{MNSP}$ .

Dla neutrin Majorany macierz mieszania  $U$  (porównując do przypadku, gdy neutrina mają charakter Diraca) zawiera dodatkowo dwie fazy Majorany (diagonalna macierz  $P$  [13]),

$$\begin{aligned}
U &= U_{MNSP} \cdot P = \\
&= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times \\
&\quad \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_{21}/2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_{31}/2} \end{pmatrix}, \tag{80}
\end{aligned}$$

gdzie  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), kąty  $\theta_{ij} = [0, \pi/2]$ ,  $\delta = [0, 2\pi]$  to faza Diraca, natomiast  $\alpha_{21}$ ,  $\alpha_{31}$  to fazy Majorany. Symetria CP zostaje złamana gdy fazy  $\delta$ ,  $\alpha_{21}$ ,  $\alpha_{31} \neq 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ .

W  $\nu$ MS część naładowana przybiera następującą postać:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{CC}^{\nu SM} &= \frac{-e}{2\sqrt{2}\sin\theta_W} \left\{ \sum_{a,i} \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L U_{ia}^\dagger l_a^m W_\mu^+ \right. \\
&\quad \left. + \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^q V_{ud}^* d W_\mu^+ \right\} + h.c., \tag{81}
\end{aligned}$$

gdzie stała  $\varepsilon_L = \varepsilon_L^q = 1$ .

Część neutralna wyraża się przez:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{NC}^{\nu SM} &= \frac{-e}{4\sin\theta_W \cos\theta_W} \left\{ \sum_{i=1,2,3} \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{N\nu} \nu_i Z_\mu + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{f=e,\mu,\tau,u,d} \bar{f} [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{Nf} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{Nf}] f Z_\mu \right\}. \tag{82}
\end{aligned}$$

gdzie stałe pozostają takie same jak w przypadku MS (Tabela 1). Z postaci Lagranżianów (81) oraz (82) można wywnioskować łamanie poszczególnych liczb leptonowych, które w przypadku MS były zachowane. Niezachowanie zapachowych liczb leptonowych prowadzi do zjawiska oscylacji neutrin (Rozdział 3). Całkowita liczba leptonowa (61) w  $\nu$ MS może (w przypadku neutrin Diraca), ale nie musi być (w przypadku neutrin Majorany) zachowana.

## 1.4 Oddziaływania neutrin poza Modelem Standardowym

Z postaci Lagrangianów neutrin w  $\nu$ MS (81) oraz (82) wynika, iż neutrina oddziałują tylko za pomocą lewoskrętnych prądów wektorowo-aksjalnych ( $V - A ; \gamma^\mu (1 - \gamma_5)$ ) sprzęgając się do wektorowych pól  $W^\pm$  i  $Z^0$ . Istnieje wiele różnych teoretycznych modeli (np. model o symetrii lewo-prawo, minimalne supersymetryczne rozszerzenie MS, modele z dodatkowymi wymiarami), w których oddziaływania neutrin wychodzą poza ten schemat [31, 32, 33].

W pracy tej analizie poddane zostały dodatkowe oddziaływania wektorowo-aksjalne ( $V + A ; \gamma^\mu (1 + \gamma_5)$ ), skalarne oraz pseudoskalarne ( $S \pm P; (1 \pm \gamma_5)$ ). Oddziaływania te (w zależności od wybranego modelu) wymagają wprowadzenia dodatkowych bozonów pośredniczących  $W^\pm, H^\pm, Z^0, H^0$ .

Nie odwołując się do żadnego konkretnego modelu, oddziaływania leptonów i kwarków można zapisać jako:

Dla oddziaływań aksjalno-wektorowych typu  $V \pm A$ :

- (a) Z wymianą bozonów wektorowych naładowanych  $W^\pm$

$$\mathcal{L}_W = \bar{\nu}_\alpha (\mathcal{O}_l^\mu)_{\alpha\beta} l_\beta W_\mu^+ + V_{ud}^* \bar{u} \mathcal{O}_h^\mu d W_\mu^+ + h.c. , \quad (83)$$

gdzie operatory  $\mathcal{O}_l^\mu, \mathcal{O}_h^\mu$  dane są przez:

$$\begin{aligned} (\mathcal{O}_l^\mu)_{\alpha\beta} &= \frac{-e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} \left( \varepsilon_L^{\alpha\beta} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + \varepsilon_R^{\alpha\beta} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \right), \\ \mathcal{O}_h^\mu &= \frac{-e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} \left( \varepsilon_L^q \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + \varepsilon_R^q \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \right). \end{aligned} \quad (84)$$

$\varepsilon_L^{\alpha\beta}, \varepsilon_R^{\alpha\beta}$  to macierze stałych sprzężenia części leptonowej, natomiast  $\varepsilon_L^q, \varepsilon_R^q$  to stałe sprzężenia części hadronowej.

Wykorzystując transformację (66) i (73) część leptonową, można zapisać w bazie masowej leptonów (neutrin i leptonów naładowanych)

$$\bar{\nu}_\alpha (\mathcal{O}_l^\mu)_{\alpha\beta} l_\beta W_\mu^+ = \bar{\nu}_i (\mathcal{O}_l^\mu)_{ia} l_a^m W_\mu^+ , \quad (85)$$

gdzie

$$(\mathcal{O}_l^\mu)_{ia} = \frac{-e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} \left( (V_L^\nu)_{i\alpha}^\dagger \varepsilon_L^{\alpha\beta} (V_L^l)_{\beta a} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + (V_R^\nu)_{i\alpha}^\dagger \varepsilon_R^{\alpha\beta} (V_R^l)_{\beta a} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \right). \quad (86)$$

Ze względu na zachowanie uniwersalności leptonowej przedmiotem zainteresowania będą modele dla których, po skorzystaniu z (79), zachodzą następujące relacje:

$$(V_L^\nu)_{i\alpha}^\dagger \varepsilon_L^{\alpha\beta} (V_L^l)_{\beta a} = \varepsilon_L U_{ia}^{L*} , \quad (V_R^\nu)_{i\alpha}^\dagger \varepsilon_R^{\alpha\beta} (V_R^l)_{\beta a} = \varepsilon_R U_{ia}^{R*} . \quad (87)$$

(b) Z wymianą bozonów wektorowych neutralnych  $Z^0$

$$\mathcal{L}_Z = \bar{\nu}_\alpha (\mathcal{O}_{\nu Z}^\mu)_{\alpha\beta} \nu_\beta Z_\mu + \bar{f} \mathcal{O}_{fZ}^\mu f Z_\mu, \quad (88)$$

gdzie

$$(\mathcal{O}_{\nu Z}^\mu)_{\alpha\beta} = \frac{-e}{4 \sin \theta_W \cos \theta_W} \left( (\varepsilon_L^{N\nu})^{\alpha\beta} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + (\varepsilon_R^{N\nu})^{\alpha\beta} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \right), \quad (89)$$

natomiast dla  $f = e, \mu, \tau, u, d$

$$\mathcal{O}_{fZ}^\mu = \frac{-e}{4 \sin \theta_W \cos \theta_W} \left( \varepsilon_L^{Nf} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + \varepsilon_R^{Nf} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \right). \quad (90)$$

Wykorzystując diagonalizację (66) człon (88) złożony z neutrin, można zapisać w postaci:

$$\bar{\nu}_\alpha (\mathcal{O}_{\nu Z}^\mu)_{\alpha\beta} \nu_\beta Z_\mu = \bar{\nu}_i (\mathcal{O}_{\nu Z}^\mu)_{ij} \nu_j Z_\mu, \quad (91)$$

gdzie operator  $(\mathcal{O}_{\nu Z}^\mu)_{ij}$  zdefiniowany jest jako:

$$\begin{aligned} (\mathcal{O}_{\nu Z}^\mu)_{ij} &= \frac{-e}{4 \sin \theta_W \cos \theta_W} \left( (V_L^\nu)^\dagger_{i\alpha} (\varepsilon_L^{N\nu})^{\alpha\beta} (V_L^\nu)_{\beta j} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + \right. \\ &\quad \left. + (V_R^\nu)^\dagger_{i\alpha} (\varepsilon_R^{N\nu})^{\alpha\beta} (V_R^\nu)_{\beta j} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \right). \end{aligned} \quad (92)$$

Zakładając, że w części lewoskrętnej nie ma zmieniających zapach prądów neutralnych można przyjąć, że  $(\varepsilon_L^{N\nu})^{\alpha\beta} = \varepsilon_L^{N\nu} \delta_{\alpha\beta}$ , wtedy:

$$(V_L^\nu)^\dagger_{i\alpha} (\varepsilon_L^{N\nu})^{\alpha\beta} (V_L^\nu)_{\beta j} = \varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij}. \quad (93)$$

W wielu modelach teoretycznych np. model o symetrii  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$  [34] istnieją ściśle związki pomiędzy macierzami mieszania (66). Ze względu, iż istnieją również modele (tzw. modele FCNC - Flavour Changing Neutral Currents) dla których dopuszcza się zmianę zapachu przy oddziaływaniach neutralnych, zakłada się, iż prawe macierze mieszania są niezależne od lewych, oraz dopuszcza się (dla prądów prawych) zmianę zapachu. Modelem realizującym powyższe założenia może być np. model o symetrii  $SU(3) \times U(1)$  [35].

Dla prawych składowych w ogólności otrzymuje się:

$$(V_R^\nu)^\dagger_{i\alpha} (\varepsilon_R^{N\nu})^{\alpha\beta} (V_R^\nu)_{\beta j} = \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^R. \quad (94)$$

Macierz  $\Omega^R$  to dowolna hermitowska macierz która nie musi sprowadzać się do  $\delta_{ij}$  (jak w przypadku A-V dla oddziaływania z  $Z^0$  [33]).

Dla oddziaływań skalarnych i pseudoskalarnych typu  $S \pm P$ :

Oddziaływania ze skalarnymi bozonami w kwantowej teorii pola reprezentowane są przez tzw. Lagrangiany Yukawy:

$$\mathcal{L}_Y^S \sim \eta \bar{\psi} \psi H, \quad \mathcal{L}_Y^P \sim \eta \bar{\psi} \gamma_5 \psi H. \quad (95)$$

Ze względu na fakt, iż oszacowania parametrów dodatkowych oddziaływań wyznaczone są najczęściej z efektywnych modeli sprowadzanych do modelu Fermiego, warto zmienić parametryzację stałych Yukawy  $\eta$ , tak aby przy wyprowadzaniu efektywnych Lagrangianów opisujących proces produkcji, jak i efektywnego Hamiltonianu w procesie oscylacji neutrin w materii otrzymać nowe stałe przemnożone przez stałą Fermiego  $G_F$ .

W celu uproszczenia rachunków dla części naładowanej dokonuje się następującego podstawienia :

$$\eta \rightarrow \frac{-e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} \eta \quad (96)$$

Efektywne Lagrangiany oddziaływań skalarnych i pseudoskalarnych będą miały następującą postać :

(a) Z wymianą bozonów skalarnych naładowanych  $H^\pm$

$$\mathcal{L}_{H^\pm} = \bar{\nu}_\alpha (\mathcal{O}_l^H)_{\alpha\beta} l_\beta H^\pm + W_{ud}^* \bar{u} \mathcal{O}_h^H d H^\pm + h.c., \quad (97)$$

gdzie

$$\begin{aligned} (\mathcal{O}_l^H)_{\alpha\beta} &= \frac{-e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} \left( \eta_L^{\alpha\beta} (1 - \gamma_5) + \eta_R^{\alpha\beta} (1 + \gamma_5) \right), \\ \mathcal{O}_h^H &= \frac{-e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} (\tau_L (1 - \gamma_5) + \tau_R (1 + \gamma_5)). \end{aligned} \quad (98)$$

W przypadku prądów skalarnych oznaczenia stałych i macierzy ( $L, R$ ) odnosić się będą do skrętności naładowanych leptonów (stojących po prawej stronie operatorów  $P_{L,R}$ ). Dla części oddziaływania neutrin z leptonami naładowanymi dodatkowo można założyć (przy zmianie bazy zapachowej na masową) spełnienie następujących równości:

$$(V_R^\nu)_{i\alpha}^\dagger \eta_L^{\alpha\beta} (V_L^l)_{\beta a} = \eta_L V_{ia}^{L*}, \quad (V_L^\nu)_{i\alpha}^\dagger \eta_R^{\alpha\beta} (V_R^l)_{\beta a} = \eta_R V_{ia}^{R*}, \quad (99)$$

gdzie macierze  $V^L$  oraz  $V^R$  w ogólności nie muszą być unitarne (tak jak ma to miejsce w przypadku macierzy  $U$  (87)).

(b) Z wymianą bozonów skalarnych neutralnych  $H^0$

$$\mathcal{L}_{H^0} = \bar{\nu}_\alpha (\mathcal{O}_{\nu H^0})_{\alpha\beta} \nu_\beta H^0 + \bar{f} \mathcal{O}_{f H^0} f H^0, \quad (100)$$

gdzie

$$(\mathcal{O}_{\nu H^0})_{\alpha\beta} = (\eta_L^{N\nu})^{\alpha\beta} (1 - \gamma_5) + (\eta_R^{N\nu})^{\alpha\beta} (1 + \gamma_5), \quad (101)$$

natomiast dla  $f = e, \mu, \tau, u, d$

$$\mathcal{O}_{f H^0} = \eta_L^{Nf} (1 - \gamma_5) + \eta_R^{Nf} (1 + \gamma_5). \quad (102)$$

Analogicznie do wymiany przez  $Z^0$ , można założyć spełnienie następujących relacji:

$$(V_R^\nu)^\dagger_{i\alpha} (\eta_L^{N\nu})^{\alpha\beta} (V_L^\nu)_{\beta j} = \eta_L^{N\nu} \Omega_{ij}^{NL} \quad (103)$$

oraz dla prawych składowych

$$(V_L^\nu)^\dagger_{i\alpha} (\eta_R^{N\nu})^{\alpha\beta} (V_R^\nu)_{\beta j} = \eta_R^{N\nu} \Omega_{ij}^{RN}. \quad (104)$$

Uwzględniając prawe i lewe prądy wektorowe  $A \pm V$  oraz prawe i lewe prądy skalarne  $S \pm P$  Lagrangiany z  $\nu$ MS (81), (82) można rozszerzyć do postaci:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} = & \frac{-e}{2\sqrt{2}\sin\theta_W} \left\{ \sum_{a,i} \bar{\nu}_i [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L U_{ia}^{L*} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R U_{ia}^{R*}] l_a^m W_\mu^+ + \right. \\ & + \sum_{a,i} \bar{\nu}_i [(1 - \gamma_5) \eta_L V_{ia}^{L*} + (1 + \gamma_5) \eta_R V_{ia}^{R*}] l_a^m H^+ + \\ & + \bar{u} [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^q V_{ud}^* + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^q V_{ud}^*] d W_\mu^+ + \\ & \left. + \bar{u} [(1 - \gamma_5) \tau_L W_{ud}^{L*} + (1 + \gamma_5) \tau_R W_{ud}^{R*}] d H^+ \right\} + h.c., \quad (105) \end{aligned}$$

gdzie  $\varepsilon_L \neq 1$  natomiast  $\varepsilon_R, \eta_{L,R}, \tau_{L,R}$  (w  $\nu$ MS  $\varepsilon_L = 1, \varepsilon_R = \eta_{L,R} = \tau_{L,R} = 0$ ) to stałe niewiele różniące się od ich wartości w  $\nu$ MS.

Część neutralną można opisać następującym efektywnym lagrangianem:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC} = & \frac{-e}{4\sin\theta_W \cos\theta_W} \left\{ \sum_{i,j} \bar{\nu}_i [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^{RN}] \nu_j Z_\mu + \right. \\ & + \sum_{f=e,u,d} \bar{f} [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{Nf} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{Nf}] f Z_\mu \left. \right\} + \\ & + \sum_{i,j} \bar{\nu}_i [(1 - \gamma_5) \eta_L^{N\nu} \Omega_{ij}^{NL} + (1 + \gamma_5) \eta_R^{N\nu} \Omega_{ij}^{NR}] \nu_j H^0 + \\ & + \sum_{f=e,u,d} \bar{f} [(1 - \gamma_5) \eta_L^{Nf} + (1 + \gamma_5) \eta_R^{Nf}] f H^0. \quad (106) \end{aligned}$$

gdzie, podobnie jak w przypadku części naładowanej (CC)  $\varepsilon_L^{N\nu}, \varepsilon_{L,R}^{Nf}$  oraz  $\eta_{L,R}^{Nf}$  to czynniki niewiele różniące się od ich wartości w  $\nu$ MS. Stałe  $\nu$ MS modyfikowane są w sposób:

$$\begin{aligned} \varepsilon_L^{Nf} &= 2T_f^3 - 2q_f \sin^2\theta_W + \delta\varepsilon_L^f, \\ \varepsilon_R^{Nf} &= -2q_f \sin^2\theta_W + \delta\varepsilon_R^f, \end{aligned} \quad (107)$$

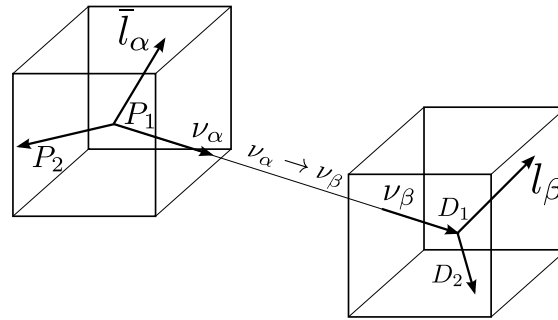
gdzie  $\delta\varepsilon_L^f, \delta\varepsilon_R^f$  wynikają z dodatkowych symetrii określonych w wybranym modelu.

Istnieje wiele teoretycznych modeli, które uwzględniają przedstawione powyżej oddziaływania poza Modelem Standardowym. Lagrangiany tych modeli można efektywnie sprowadzić do przedstawionej powyżej postaci (105), (106). Są to m.in modele supersymetryczne, zarówno zachowujące jak i łamiące symetrię parzystości  $R$ , leptokwarki, teorie z dodatkowymi Higgsami, modele z dodatkowymi wymiarami z silną grawitacją w skalach TeV, modele GUT, gdzie symetria gauge Modelu Standardowego jest podgrupą pewnej większej grupy np.  $SU(5)$  [36],  $SO(10)$  [37].

## 2 Produkcja neutrin

Badanie własności neutrin w oscylacyjnych eksperymentach akceleratorowych odbywa się według poniższego schematu:

$$P_1 \xrightarrow{P} P_2 + \bar{l}_\alpha + (\nu_\alpha \xrightarrow{O} \nu_\beta) + D_1 \xrightarrow{D} D_2 + l_\beta \quad (108)$$

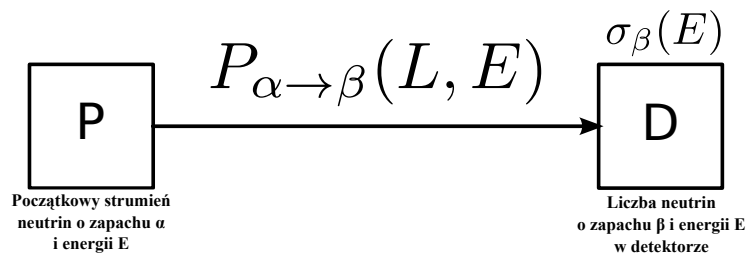


Rysunek 1: Schemat procesu badania oscylacji neutrin

- P - produkcja neutrin np.  $l_\alpha^- + p \rightarrow \nu_\alpha + n$  lub  $\pi^+ \rightarrow l_\alpha^+ + \nu_\alpha$ ,
- O - oscylacje neutrin (Rozdział 3),
- D - detekcja neutrin (Rozdział 4).

Dla neutrin relatywistycznych, których produkcja i detekcja odbywa się zgodnie z  $\nu$ MS (81) formuła pozwalająca określić liczbę zarejestrowanych neutrin  $N_{\alpha\beta}$  w detektorze podlega faktoryzacji [38, 39, 40],

$$N_{\alpha\beta} = \text{strumień}_\alpha \times P_{\alpha\beta} \times \sigma_\beta, \quad (109)$$



Rysunek 2: Schemat eksperymentu akceleratorowego oscylacji neutrin w przypadku, gdy końcowa liczba neutrin  $N_{\alpha\beta}$  jest faktoryzowalna zgodnie z (109)

gdzie  $\sigma_\alpha$  określa liczbę neutrin o zapachu  $\alpha$  przechodzących w miejscu detektora przez jednostkę powierzchni w jednostce czasu, wyprodukowanych w procesie produkcji (P),  $P_{\beta\alpha}$  określa prawdopodobieństwo oscylacji neutrina o zapachu  $\alpha$  w zapach  $\beta$  (O), natomiast  $\sigma_\beta$  to przekrój czynny na proces detekcji neutrin (D).

Pojawienie się oddziałujących neutrin prawoskrętnych (np. modele SUSY lub model o symetrii lewo-prawo), rozszerzenie oddziaływań  $\nu$ MS o prądy prawo-skrętne ( $V + A$ ), skalarne oraz pseudo-skalarne ( $S \pm P$ ) czy też pojawienie się modeli z różnymi macierzami mieszania w różnych wierzchołkach (np. modele z rozszerzonym sektorem Higgsa) wymusza, iż stan neutrina staje się stanem mieszanym [32, 41, 42]. Do opisu stanu neutrina w przypadku oddziaływań NF (Rozdział 1.4) można użyć formalizmu macierzy gęstości. W podejściu tym powyższa faktoryzacja całego procesu (109) na ogół nie zachodzi. Dodatkowo obliczyć można tylko przekrój czynny  $\sigma_\beta(L)$  w odległości  $L$ , zawierający całkowitą informację o produkcji i oscylacji neutrin. W formule tej najczęściej nie da się wydzielić czynnika oscylacyjnego  $P_{\beta\alpha}$ .

Formalizm macierzy gęstości w fizyce neutrin był używany wcześniej m.in. w kontekście rozpraszania neutrin i antyneutrin na nukleonach w czasoprzestrzeni rotującej czarnej dziury [43], bądź też propagacji neutrin przez gęstą materię supernowej [44, 45, 46].

Określenie stanu neutrina przez operator statystyczny pozwala na:

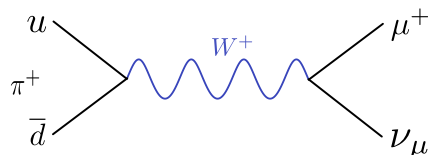
- (a) pełny opis neutrin w szerokiej klasie modeli wykraczających poza MS,
- (b) sprawdzenie czy neutrinum produkowane jest w stanie czystym czy mieszanym,
- (c) uwzględnienie własności pozostałych cząstek uczestniczących w pełnym procesie,
- (d) możliwość zastosowania pakietów falowych,
- (e) łatwe zastosowanie nowych oddziaływań oraz wskazanie ich wpływu na cały proces,
- (f) w przypadku zastosowania oddziaływań  $\nu$ MS odzyskiwana jest standardowa formuła faktoryzacji.

## 2.1 Stan neutrina w procesie rozpadu pionu $\pi^+$

Jednym z najprostszych i bardzo dobrze przetestowanych doświadczalnie procesów produkcji neutrin (P) jest rozpad pionu  $\pi^+$  (podobnie dla antyneutrin rozpad  $\pi^-$ ):

$$\pi^+(p_\pi) \rightarrow l_\alpha^+(p_\alpha) + \nu_\alpha(p), \quad (110)$$

gdzie  $l_\alpha^+$  można ograniczyć do przypadku rozpadu na mion  $\mu^+$ , który stanowi 99,98% [13] wszystkich możliwych rozpadów.



Rysunek 3: Diagram procesu  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  z wymianą  $W^+$



Warto rozważyć trzy masywne neutrina z pędem  $\mathbf{p}$  o dwóch możliwych skrętnościach ( $\lambda = \pm 1$ ) opisane stanem  $|\mathbf{p}, \lambda, i\rangle$  ( $i = 1, 2, 3$ ) unormowanym do

$$\langle \mathbf{p}, \lambda, i | \mathbf{p}', \lambda', i' \rangle = (2\pi)^3 2E \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta_{\lambda, \lambda'} \delta_{i, i'}. \quad (111)$$

Stan neutrina w miejscu produkcji ( $L = 0$ ) można opisać operatorem statystycznym:

$$\varrho_P(\mathbf{p}, L = 0) = \sum_{\lambda, \lambda' = \pm 1} \sum_{i, i' = 1}^3 |\mathbf{p}, \lambda, i\rangle \varrho_P(\mathbf{p}; \lambda, i; \lambda', i') \langle \mathbf{p}, \lambda', i' |, \quad (112)$$

gdzie  $\varrho_P(\mathbf{p}; \lambda, i; \lambda', i')$  to macierz gęstości (w bazie masowo-skrętnościowej) w miejscu produkcji. Konstrukcję takich macierzy gęstości wyznaczonych w różnych procesach produkcji przedstawiono w pracach [32, 41].

Rozpadające się piony jako cząstki o zerowym spinie nie mogą być spolaryzowane, stąd zredukowana macierz gęstości dla neutrin (o skrętności  $\lambda$  i masie  $i$ ) w miejscu produkcji przyjmuje następującą postać [32]:

$$\varrho_P(\mathbf{p}; \lambda, i; \lambda', i') = \frac{1}{N} \sum_{\lambda_{\mu^+}} A_i(\mathbf{p}; \lambda_{\mu^+}, \lambda) A_{i'}^*(\mathbf{p}, \lambda_{\mu^+}, \lambda'), \quad (113)$$

gdzie  $A_i(\mathbf{p}; \lambda_{\mu^+}, \lambda)$  to amplitudy rozpadu pionu. Czynniki normalizacyjny  $N$  zdefiniowany jest przez:

$$N = \sum_{\lambda = \pm 1} \sum_{i=1}^3 \sum_{\lambda_{\mu^+}} A_i(\mathbf{p}; \lambda_{\mu^+}, \lambda) A_i^*(\mathbf{p}, \lambda_{\mu^+}, \lambda), \quad (114)$$

tak aby macierz gęstości (112) była unormowana

$$\text{Tr}(\varrho_P) = \sum_{\lambda = \pm 1} \sum_{i=1}^3 \varrho_P(\mathbf{p}; \lambda, i; \lambda, i) = 1. \quad (115)$$

Równanie (113) opisuje stan neutrina w układzie środka masy (CM) rozpadającego się pionu. W celu opisanego procesu oscylacji oraz detekcji konieczna jest transformacja macierzy gęstości do układu laboratoryjnego (LAB). Oznacza to, iż powinno się albo od początku wyznaczyć macierz gęstości w układzie LAB, albo dokonać odpowiedniej transformacji (obrotu Wignera) macierzy gęstości z układu CM do LAB. W pracy [41] udowodniono, iż w przypadku relatywistycznych neutrin obrót Wignera nie wprowadza istotnych zmian, bowiem w bardzo dobrym przybliżeniu można otrzymać:

$$\varrho_P^{\text{LAB}}(\mathbf{p}_{\text{LAB}}) = \varrho_P^{\text{CM}}(\mathbf{p}_{\text{CM}}). \quad (116)$$

W ten sposób otrzymaną w układzie CM postać macierzy gęstości  $\varrho_P(\mathbf{p}; \lambda, i; \lambda', i')$  (113) można wykorzystać do dalszych obliczeń.

Wszystkie powyższe wyrażenia dotyczące macierzy gęstości produkcji są słuszne zarówno dla neutrina Diraca jak i Majorany.

### 2.1.1 Amplitudy rozpadu pionu w $\nu$ MS

W  $\nu$ MS rozpad pionu  $\pi^+$  (110) opisują lewoskrętne prądy naładowane, stąd neutrino posiadają tylko skrętność  $\lambda = -1$ . Ponadto ze względu na zasadę zachowania momentu pędu rozpadającego się pionu skrętność antymionu  $\lambda_{\mu^+} = -1$ . Korzystając z części naładowanej lagrangianu  $\nu$ MS (81) w przybliżeniu czterofermionowym (zerowy przekaz czteropędu bozonów pośredniczących w propagatorach), można obliczyć amplitudę  $A_i(\mathbf{x})$ , która ma następującą postać [3, 47]:

$$A_i(\mathbf{x}) = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} \varepsilon_L^q [\bar{d}(x) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u(x)] \varepsilon_L U_{i\mu}^{L*} [\bar{\nu}_i(x) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \mu(x)]. \quad (117)$$

W poniższych obliczeniach należy skorzystać z kinematyki rozpadu pionu

$$\begin{aligned} E_\nu &= p_\nu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}, \\ \mathbf{p}_\nu &= -\mathbf{p}_\mu \\ p_\mu &= p_\nu, \\ E_\mu &= \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi}, \end{aligned} \quad (118)$$

gdzie  $p_\alpha \equiv |\mathbf{p}_\alpha|$ . Masę neutrino zaniedbano.

Po przejściu do reprezentacji pędowej amplitudę (117) można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} &A_i(\mathbf{p}; \lambda, \lambda_{\mu^+}) = \\ &= i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} \varepsilon_L^q [\bar{v}_d(p_d) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_u(p_u)] \varepsilon_L U_{i\mu}^{L*} [\bar{u}_{\nu_i}(\mathbf{p}, \lambda) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v_\mu(\mathbf{p}_{\mu^+}, \lambda_{\mu^+})], \end{aligned} \quad (119)$$

gdzie  $\varepsilon_L^q = \varepsilon_L = 1$ .

Wykorzystując fakt, iż kwarki nie są cząstkami swobodnymi element hadronowy można zapisać jako [3, 48]:

$$\varepsilon_L^q \bar{v}_d(p_d) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_u(p_u) \rightarrow \frac{1}{m_\pi} \langle 0 | \gamma_\mu \gamma^5 | \pi^+(p_\pi) \rangle = i \frac{f_\pi}{m_\pi} p_\mu^\pi, \quad (120)$$

gdzie  $f_\pi$  to tzw. stała rozpadu pionu wyznaczana z czasu życia naładowanych pionów oraz stosunku  $\Gamma_{\pi^\pm \rightarrow l^\pm \nu_l} / \Gamma_{\pi^\pm} = 0.9998770$  [13]. Wartość stałej po uwzględnieniu poprawek radiacyjnych wynosi  $f_\pi = 130,7$  MeV [3, 13]. Czynniki  $\frac{1}{m_\pi}$  pojawia się ze względu na normalizację spinorów (14) oraz (15).

Korzystając z powyższego przybliżenia oraz zaniedbując niewielką masę neutrino, amplitudę (119) można uprościć w następujący sposób:

$$\begin{aligned} A_i(\mathbf{p}; \lambda, \lambda_\mu^+) &= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{m_\pi} p_\mu^\pi V_{ud} \varepsilon_L [\bar{u}(\mathbf{p}, \lambda) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v(\mathbf{p}_{\mu^+}, \lambda_{\mu^+})] U_{i\mu}^{L*} = \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi \frac{m_\mu}{m_\pi} V_{ud} \varepsilon_L [\bar{u}(\mathbf{p}, \lambda) (1 + \gamma_5) v(\mathbf{p}_{\mu^+}, \lambda_{\mu^+})] U_{i\mu}^{L*}, \end{aligned} \quad (121)$$

gdzie w ostatnim kroku ( $p^\pi = p^\mu + p^\nu$  – zasada zachowania czteropędu) skorzystano z równań Diraca dla neutrina i mionu.

Zaniedbując masy neutrin można zastosować przybliżenie jednakowych pędów, stąd  $p_\nu^i = p_{\nu'}^i$ . Macierz gęstości (113) można przedstawić jako:

$$\begin{aligned}\varrho_P(-1, i; -1, i') &= \frac{2}{N_\mu} G_F^2 f_\pi^2 \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} V_{ud}^2 \varepsilon_L^2 U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L (E_\mu + p_\mu) (\sqrt{E_\nu^i + p_\nu^i} \sqrt{E_\nu^{i'} + p_\nu^{i'}}) = \\ &= \frac{2}{N_\mu} G_F^2 f_\pi^2 \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} V_{ud}^2 \varepsilon_L^2 U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L (E_\mu + p_\mu) (E_\nu + p_\nu) = \\ &= \frac{2}{N_\mu} G_F^2 f_\pi^2 \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} V_{ud}^2 \varepsilon_L^2 U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L (m_\pi^2 - m_\mu^2)\end{aligned}\quad (122)$$

oraz

$$\begin{aligned}\varrho_P(+1, i; +1, i') &= \frac{2}{N_\mu} G_F^2 f_\pi^2 \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} V_{ud}^2 \varepsilon_L^2 U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L (E_\mu - p_\mu) (\sqrt{E_\nu^i - p_\nu^i} \sqrt{E_\nu^{i'} - p_\nu^{i'}}) = \\ &= \frac{2}{N_\mu} G_F^2 f_\pi^2 \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} V_{ud}^2 \varepsilon_L^2 U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L (E_\mu - p_\mu) (E_\nu - p_\nu) = 0.\end{aligned}\quad (123)$$

Elementy antydiagonalne można z kolei obliczyć korzystając z:

$$\varrho_P(-1, i; +1, i') = \varrho_P(+1, i; -1, i') \sim A_i(h_\nu, h_\mu) \sim u^\dagger(h_\nu) \gamma_0 (1 + \gamma_5) v(h_\mu). \quad (124)$$

Wykorzystując postać spinorów  $u$  (16) oraz  $v$  (17), można napisać:

$$\begin{aligned}u^\dagger(\mathbf{p}_\nu, h_\nu) \gamma_0 (1 + \gamma_5) v(\mathbf{p}_\mu, -h_\mu) &\sim \\ \sim \chi^\dagger(\mathbf{p}_\nu, h_\nu) \chi(\mathbf{p}_\mu, -h_\mu) &= \chi^\dagger(\mathbf{p}_\nu, h_\nu) \chi(-\mathbf{p}_\nu, -h_\mu) = \\ &= i \chi^\dagger(\mathbf{p}_\nu, h_\nu) \chi(\mathbf{p}_\nu, h_\mu) \sim \delta_{h_\nu h_\mu}\end{aligned}\quad (125)$$

gdzie w ostatnim kroku wykorzystano zależności (21) oraz ortogonalność spinorów  $\chi$ . Otrzymuje się

$$\varrho_P(-1, i; +1, i') = \varrho_P(+1, i; -1, i') = 0. \quad (126)$$

Stała normalizacyjna (114) ma postać:

$$N_\mu = 2G_F^2 f_\pi^2 \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} V_{ud}^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2) \varepsilon_L^2. \quad (127)$$

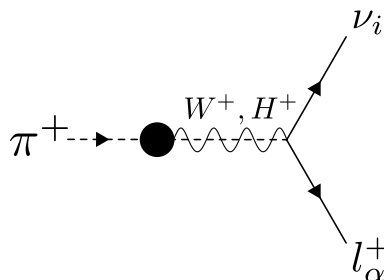
Po uwzględnieniu normalizacji otrzymuje się oczekiwany wynik:

$$\varrho_P(-1, i; -1, i') = U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L \quad \text{oraz} \quad \varrho_P(+1, i; +1, i') = 0. \quad (128)$$

Ślad kwadratu macierzy gęstości produkcji (128)  $Tr(\varrho_P^{\mu 2}) = 1$  co oznacza, że stan neutrina jest stanem czystym.

### 2.1.2 Amplitudy rozpadu pionu w przypadku oddziaływań Nowej Fizyki

Korzystając z ogólnego lagrangianu CC (105) dla oddziaływań Nowej Fizyki poza oddziaływaniami typu  $V - A$ , należy uwzględnić neutrino powstające na skutek oddziaływań  $V + A$  oraz  $P \pm S$ . Neutrino takie będą produkowane w stanach o skrętności  $\lambda = \pm 1$ . Skrętność naładowanego leptonu  $\lambda_{\mu^+}$ , zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu, musi być identyczna ze skrętnością neutrino. Czynniki pochodzące z propagatorów dodatkowych bozonów pośredniczących ( $\frac{M_W^2}{M_{NF}^2}$ ) należy włączyć do stałych. Diagram rozpadu pionu w przypadku oddziaływań poza modelem standardowym przedstawia poniższy Rysunek 4:



Rysunek 4: Diagram procesu  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  z wymianą  $W^+$  i  $H^+$

Analogicznie do przypadku oddziaływań w MS poza diagonalne elementy macierzy gęstości ze względu na (125)

$$\rho_P(\pm 1, i; \mp 1, i') = 0. \quad (129)$$

Ponadto dla oddziaływań skalarnych pojawia się dodatkowy element hadronowy w postaci [48]:

$$\tau_L \bar{v}_d(p_d) (1 - \gamma_5) u_u(p_u) \rightarrow \frac{1}{m_\pi} \langle 0 | \gamma^5 | \pi^+(p_\pi) \rangle = i \frac{\tilde{f}_\pi}{m_\pi}, \quad (130)$$

gdzie  $\tilde{f}_\pi$  to skalarna stała rozpadu pionu, związana ze stałą rozpadu pionu  $f_\pi$  w sposób:

$$\tilde{f}_\pi = \frac{f_\pi m_\pi^2}{m_u + m_d} \quad (131)$$

Skalarna stała rozpadu pionu wynosi  $\tilde{f}_\pi = 2,5 \times 10^5 \text{ MeV}^2$  [48].

Uwzględniając skalarne oddziaływania oraz upraszczając elementy hadronowe, amplitudy będą miały następującą postać:

- dla  $\lambda = -1$  ( $\lambda_{\mu^+} = -1$ ):

$$\begin{aligned}
A_i(\mathbf{p}; -1, -1) &= \\
&= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{m_\pi} p_\mu^\pi V_{ud} \varepsilon_L [\bar{u}_{\nu_i} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v_\mu] U_{i\mu}^{L*} + \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\tilde{f}_\pi}{m_\pi} W_{ud}^R \eta_R [\bar{u}_{\nu_i} (1 + \gamma_5) v_\mu] V_{i\mu}^{R*} = \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2} m_\pi} (f_\pi m_\mu V_{ud} \varepsilon_L U_{i\mu}^{L*} + \tilde{f}_\pi W_{ud}^R \eta_R V_{i\mu}^{R*}) [\bar{u}_{\nu_i} (1 + \gamma_5) v_\mu], \tag{132}
\end{aligned}$$

gdzie  $\varepsilon_L \neq 1$ , i podobnie

- dla  $\lambda = +1$  ( $\lambda_{\mu^+} = +1$ ):

$$\begin{aligned}
A_i(\mathbf{p}; +1, +1) &= \\
&= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{m_\pi} p_\mu^\pi V_{ud} \varepsilon_R [\bar{u}_{\nu_i} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) v_\mu] U_{i\mu}^{R*} + \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\tilde{f}_\pi}{m_\pi} W_{ud}^L \eta_L [\bar{u}_{\nu_i} (1 - \gamma_5) v_\mu] V_{i\mu}^{L*} = \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2} m_\pi} (f_\pi m_\mu V_{ud} \varepsilon_R U_{i\mu}^{R*} + \tilde{f}_\pi W_{ud}^L \eta_L V_{i\mu}^{L*}) [\bar{u}_{\nu_i} (1 - \gamma_5) v_\mu]. \tag{133}
\end{aligned}$$

Korzystając z równania (113) analogicznie do modelu  $\nu$ MS (122) oblicza się elementy macierzy gęstości, które wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned}
\varrho_P(-1, i; -1, i') &= \frac{2}{N_\mu m_\pi^2} G_F^2 \left[ \tilde{f}_\pi^2 (W_{ud}^R)^2 \eta_R^2 V_{i\mu}^{R*} V_{i'\mu}^R + \right. \\
&+ f_\pi^2 m_\mu^2 V_{ud}^2 \varepsilon_L^2 U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L + \\
&+ \left. f_\pi \tilde{f}_\pi V_{ud} W_{ud}^R \eta_R \varepsilon_L m_\mu (V_{i\mu}^{R*} U_{i'\mu}^L + U_{i\mu}^{L*} V_{i'\mu}^R) \right] (m_\pi^2 - m_\mu^2), \tag{134}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varrho_P(+1, i; +1, i') &= \frac{2}{N_\mu m_\pi^2} G_F^2 \left[ \tilde{f}_\pi^2 (W_{ud}^L)^2 \eta_L^2 V_{i\mu}^{L*} V_{i'\mu}^L + \right. \\
&+ f_\pi^2 m_\mu^2 V_{ud}^2 \varepsilon_R^2 U_{i\mu}^{R*} U_{i'\mu}^R + \\
&+ \left. f_\pi \tilde{f}_\pi V_{ud} W_{ud}^L \eta_L \varepsilon_R m_\mu (V_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^R + U_{i\mu}^{R*} V_{i'\mu}^L) \right] (m_\pi^2 - m_\mu^2). \tag{135}
\end{aligned}$$

Czynnik normalizacyjny  $N_\mu$  oblicza się zgodnie ze wzorem (114)

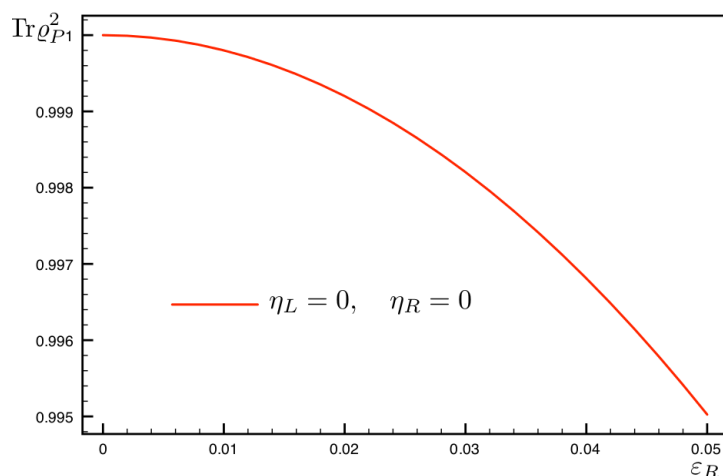
$$\begin{aligned}
N_\mu &= \frac{2}{m_\pi^2} G_F^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2) \sum_{i=1}^3 \left[ \tilde{f}_\pi^2 (W_{ud}^R)^2 \eta_R^2 V_{i\mu}^{R*} V_{i\mu}^R + \right. \\
&+ f_\pi^2 m_\mu^2 V_{ud}^2 \varepsilon_L^2 U_{i\mu}^{L*} U_{i\mu}^L + f_\pi \tilde{f}_\pi V_{ud} W_{ud}^R \eta_R \varepsilon_L m_\mu (V_{i\mu}^{R*} U_{i\mu}^L + V_{i\mu}^R U_{i\mu}^{L*}) + \\
&+ \tilde{f}_\pi^2 (W_{ud}^L)^2 \eta_L^2 V_{i\mu}^{L*} V_{i\mu}^L + f_\pi^2 m_\mu^2 V_{ud}^2 \varepsilon_R^2 U_{i\mu}^{R*} U_{i\mu}^R + \\
&+ \left. f_\pi \tilde{f}_\pi V_{ud} W_{ud}^L \eta_L \varepsilon_R m_\mu (V_{i\mu}^{L*} U_{i\mu}^R + U_{i\mu}^{R*} V_{i\mu}^L) \right]. \tag{136}
\end{aligned}$$

Warto zwrócić uwagę, iż amplitudy (zarówno w  $\nu$ MS jak i NF) (132), (133) są proporcjonalne do  $\langle \nu_\alpha | \bar{\nu}_\alpha(x) \gamma^\mu (1 \pm \gamma_5) l_\alpha | l_\alpha \rangle$  i zawierają one tylko jeden operator pola neutrina. Oznacza to, iż mają one taką samą postać niezależnie czy neutrina są cząstkami Diraca czy też Majorany. Analiza różnicy pomiędzy neutrinem Diraca i Majorany w procesie produkcji z dwoma neutrinoami w stanie początkowym (rozpad mionu) można znaleźć m.in. w [49].

Wykorzystując postać macierzy gęstości dla rozpadu pionu, można sprawdzić czy stan neutrina produkowanego z uwzględnieniem oddziaływań  $V + A$  jest stanem czystym. Na poniższym rysunku zaznaczono jak zmienia się  $\text{Tr} \rho_P^2$  wraz ze zmianą parametru  $\varepsilon_R$  (czerwona linia  $\eta_L = \eta_R = 0$ ). W przypadku tym uwzględniono zachowanie wartości stałej Fermiego  $G_F$ , która wyznaczana jest z rozpadu mionu [3]. Warunek ten sprowadza się do zachowania następującej równości:

$$|\varepsilon_L|^4 + |\varepsilon_R|^4 = 1, \quad (137)$$

która dla małych wartości parametru  $\varepsilon_R$  nie wpływa znacząco na parametr dla prądów lewych  $\varepsilon_L$ .



Rysunek 5:  $\text{Tr} \rho_P^2$  macierzy gęstości produkcji dla rozpadu  $\pi^+$  w zależności od  $\varepsilon_R$ .

W zakresie dopuszczalnych parametrów odstępstwo od stanu czystego jest nie wielkie i nie przekracza 0.5 %.

### 3 Oscylacje neutrin w materii

Oscylacje neutrin są efektem czysto kwantowym zaproponowanym przez Pontecorvo w 1957 roku [50, 30], w analogii do mieszania kaonów. Zachodzą one na skutek interferencji różnych stanów masowych neutrin. Dokładniejsze przedstawienie problemu oscylacji kaonów i neutrin w mechanice kwantowej można znaleźć w [51]. Neutrino produkowane są (i podlegają detekcji) jako koherentna superpozycja stanów masowych, które tworzą stan zapachowy. Istotą występowania superpozycji jest bardzo mała różnica mas poszczególnych stanów masowych. Neutrino mionowe zostało odkryte w 1962 roku w eksperymencie przeprowadzonym w Brookhaven [52]. Warto dodać, iż eksperyment ten, był pierwszym, w którym wiązka neutrin została wytworzona w akceleratorze. Po tym odkryciu oczywistym stało się, że oscylacje neutrin zapachowych mogą być możliwe, jeżeli neutrino są masywne i podlegają mieszanii. Po raz pierwszy model opisujący mieszanie różnych zapachów neutrin wymienili w swojej pracy [29] w 1962 roku Maki, Nakagawa oraz Sakata. W 1967 Pontecorvo [53], jeszcze przed pierwszym pomiarem elektronowych neutrin pochodzących ze słońca w eksperymencie Homestake [23], przewidział tzw. **problem neutrin słonecznych** jako konsekwencje przejścia  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ . W 1969 Gribov i Pontecorvo [54] opisali problem oscylacji neutrin słonecznych przez mieszanie neutrin. W pracy tej jednakże prawdopodobieństwo oscylacji było raczej oszacowane w analogii do oscylacji kaonów, niż poprawnie obliczone. Ścisłe rozwiązanie (w przybliżeniu fal płaskich) zaproponowane zostało w latach 1975–76 przez Eliezer’a oraz Swift’a [55], Fritsch’a i Minkowski’ego [56] oraz Bilenky’ego i Pontecorvo [57].

W rozdziale 2 został przedstawiony formalizm pozwalający otrzymać macierz gęstości  $\rho_P^\mu(L=0)$ , która wskazuje stan produkowanego neutrina z rozpadu pionu  $\pi^+$  przy uwzględnieniu nie standardowych oddziaływań NF. Mając tak przygotowany stan należy poddać go kwantowo-mechanicznej ewolucji unitarnej. Ewolucję taką w przypadku próżni i materii opisano w rozdziale 3.1. Przechodzące przez materię ziemską neutrino, mogą oddziaływać z elektronami i nukleonami. W przypadku tym propagację neutrin w materii można opisać mając określony efektywny Hamiltonian oddziaływania. Konstrukcję takiego Hamiltonianu przedstawiono w rozdziale 3.2.1. Uśredniając otrzymany Hamiltonian po całej materii (rozdział 3.2.2), otrzymuje się efektywne potencjały dla wszystkich możliwych typów oddziaływań w materii. Potencjały różnią się z kolei w przypadku, gdy neutrino mają naturę cząstek Diraca lub Majorany. Wpływ materii ziemskiej na oscylację po raz pierwszy opisał Wolfenstein [58] w 1978 roku, a następnie Mikheyev i Smirnov [59] (1985 r.), którzy zaproponowali opis oscylacji neutrin w materii przez modyfikację oscylacji w próżni oraz pokazali, że wpływ efektywnego potencjału może być bardzo duży (nawet rezonansowy). Wpływ oddziaływania neutrin z materią ziemską na oscylacje nazywamy **efektem MSW**.

### 3.1 Ewolucja macierzy gęstości

Ewolucję stanu neutrina w formalizmie macierzy gęstości opisuje operator ewolucji unitarnej:

$$U(\mathbf{L}, T) = e^{-i\mathcal{H}T + i\mathbf{P}\mathbf{L}}, \quad (138)$$

gdzie  $\mathcal{H}$  to operator Hamiltona, natomiast  $\mathbf{P}$  jest operatorem pędu. Wprowadzony w ten sposób operator odpowiada za ewolucję w czasie i translacje w przestrzeni. Opis ten można zastosować zarówno w przypadku oscylacji w próżni jak i w niedyssypatywnej materii. Stan neutrina w miejscu detektora  $L \neq 0$  wyznaczamy ze wzoru:

$$\varrho(\mathbf{p}, L \neq 0) = e^{-i\mathcal{H}T + i\mathbf{P}\mathbf{L}} \varrho_P(L = 0) e^{i\mathcal{H}T - i\mathbf{P}\mathbf{L}}, \quad (139)$$

gdzie

$$\varrho_P(L = 0) = \sum_{i, i'} \sum_{\lambda, \lambda'} \int \frac{d^3p d^3p'}{(2\pi)^6 2E 2E'} |\mathbf{p}, \lambda, i\rangle \varrho_P(\mathbf{p}, \lambda, i; \mathbf{p}', \lambda', i'; L = 0) \langle \mathbf{p}', \lambda', i' |. \quad (140)$$

W przypadku trzech neutrin o różnej masie zarówno macierz gęstości  $\varrho_P(L = 0)$  jak i Hamiltonian  $\mathcal{H}$  reprezentowane są przez macierze  $6 \times 6$  (baza masowo-skrętnościowa). Aby wyznaczyć  $\varrho(L \neq 0)$  w punkcie detekcji (139) musimy rozwiązać zagadnienie własne operatora  $\mathcal{H}$ .

Stany  $|\mathbf{p}, \lambda, i\rangle$ , unormowane zgodnie z (111), nie są w ogólności stanami własnymi Hamiltonianu.

Wektory własne Hamiltonianu  $|a\rangle$  w przypadku ogólnym mają postać:

$$|a\rangle = |\mathbf{p}, f(\lambda, i)\rangle = |\mathbf{p}\rangle \otimes |f(\lambda, i)\rangle, \quad (141)$$

gdzie  $f(\lambda, i)$  są nowymi zmiennymi zależnymi od masy i skrętności.

Spełniają też relację zupełności:

$$\sum_a |a\rangle \langle a| = \sum_{\lambda, i} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} |f(\lambda, i)\rangle \langle f(\lambda, i)|. \quad (142)$$

Zdefiniujemy transformację z bazy masowo-skrętnościowej  $|\mathbf{p}, \lambda, i\rangle$  do bazy wektorów własnych  $|a\rangle$  operatora  $\mathcal{H}$  przez macierz

$$\langle \mathbf{p}, \lambda, i | \mathbf{p}', f(\lambda, i)\rangle \equiv \langle \mathbf{p} | \mathbf{p}'\rangle W_{\lambda i}^f. \quad (143)$$

Pozwala nam to sprowadzić problem zagadnienia własnego do procedury diagonalizacji Hamiltonianu  $\mathcal{H}$

$$[\text{diag}(E_f)] = W^\dagger \mathcal{H} W. \quad (144)$$

Jak już wspomniano wcześniej, hamiltonian  $\mathcal{H}$  reprezentowany jest w bazie masowo-skrętnościowej przez macierz  $6 \times 6$ . Obecnie nie można w sposób analityczny zdiagnozować macierzy o wymiarze  $d > 4$ . Oznacza to, że zarówno wartości własne  $E_f$  jak i wektory własne  $|a\rangle$  należy wyznaczyć numerycznie.



Warto zauważyć, że w przypadku gdy nie istnieją oddziaływania (tensorowe) powodujące zamianę skrętności neutrina podczas propagacji („spin-flip”), hamiltonian składa się z dwóch bloków macierzy  $3 \times 3$ . W tym przypadku można podać analityczne rozwiązanie zagadnienia własnego.

Korzystając z unitarności macierzy  $W$ , można pokazać, iż macierz gęstości w punkcie detekcji (w układzie LAB) spełnia warunek unormowania (zakładając, że  $\varrho_P(L = T = 0)$  było unormowane)

$$\text{Tr}[\varrho(L = T \neq 0)] = 1. \quad (145)$$

Aby znaleźć postać  $\varrho(\mathbf{p}, L \neq 0)$  (139) można obliczyć:

$$\begin{aligned} e^{-i\mathcal{H}T+i\mathbf{P}\mathbf{L}} |\mathbf{p}, \lambda, i\rangle &= \sum_a e^{-i\mathcal{H}T+i\mathbf{P}\mathbf{L}} |a\rangle \langle a | \mathbf{p}, \lambda, i\rangle = \\ &= \sum_f \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'} e^{-i\mathcal{H}T+i\mathbf{P}\mathbf{L}} |\mathbf{p}' f\rangle \langle \mathbf{p}' f | \mathbf{p}, \lambda, i\rangle = \sum_f e^{-iE_f L} e^{i\mathbf{P}\mathbf{L}} W_{\lambda i}^{f*} |\mathbf{p}, f\rangle \end{aligned} \quad (146)$$

i analogicznie

$$\langle \mathbf{p}', \lambda', i' | e^{i\mathcal{H}T-i\mathbf{P}\mathbf{L}} = \sum_{f'} e^{-iE_{f'} L} e^{i\mathbf{P}'\mathbf{L}} W_{\lambda' i'}^{f'} \langle \mathbf{p}', f' |, \quad (147)$$

gdzie skorzystano z przybliżenia dla neutrin relatywistycznych  $T = L$ .

Wykorzystując powyższe własności macierz gęstości (139)  $\varrho(L \neq 0)$ , przybiera postać:

$$\begin{aligned} \varrho(L \neq 0) &\equiv e^{-i\mathcal{H}T+i\mathbf{P}\mathbf{L}} \varrho_P(L = 0) e^{i\mathcal{H}T-i\mathbf{P}\mathbf{L}} = \\ &= \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2E} \frac{d^3 q'}{(2\pi)^3 2E'} \sum_{f, f'} \sum_{n n' \sigma \sigma'} \times \\ &\times e^{-iE_f L} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{L}} W_{\sigma n}^{f*} |\mathbf{q}, f\rangle \varrho_P(\mathbf{q}, \sigma, n; \mathbf{q}' \sigma', n'; L = 0) \langle \mathbf{q}', f' | e^{iE_{f'} L} e^{i\mathbf{q}'\mathbf{L}} W_{\sigma' n'}^{f'}. \end{aligned} \quad (148)$$

Element macierzowy

$$\langle \mathbf{p}, \lambda, i | \varrho(L \neq 0) | \mathbf{p}', \lambda', i' \rangle \equiv \varrho(\mathbf{p}, \lambda, i; \mathbf{p}' \lambda', i'; L \neq 0) \quad (149)$$

dany jest przez:

$$\begin{aligned} \varrho(\mathbf{p}, \lambda, i; \mathbf{p}' \lambda', i'; L \neq 0) &= \\ &= \sum_{f f'} \sum_{n n' \sigma \sigma'} W_{\lambda i}^f W_{\sigma n}^{f*} \varrho_P(\mathbf{p}, \sigma, n; \mathbf{p}', \sigma', n'; L = 0) W_{\lambda' i'}^{f'} W_{\sigma' n'}^{f'} e^{-i(E_f - E_{f'})L} e^{i(\mathbf{p} - \mathbf{p}')\mathbf{L}} \end{aligned} \quad (150)$$

Korzystając z przybliżenia jednakowych pędów  $\mathbf{p} = \mathbf{p}'$  dla relatywistycznych neutrin, operator statystyczny opisujący stan neutrina w miejscu detektora ( $L \neq 0$ ) dla oscylacji w materii ma postać:

$$\begin{aligned} & \varrho(\mathbf{p}, \lambda, i; \mathbf{p}'\lambda', i'; L \neq 0) = \\ & = \sum_{ff'} \sum_{nn'\sigma\sigma'} W_{\lambda i}^f W_{\sigma n}^{f*} \varrho_P(\mathbf{p}, \sigma, n; \mathbf{p}', \sigma', n'; L = 0) W_{\lambda' i'}^{f'*} W_{\sigma' n'}^{f'} e^{-i(E_f - E_{f'})L}. \end{aligned} \quad (151)$$

Dla oscylacji w próżni mamy:

$$\mathcal{H}_{\text{vac}} |\mathbf{p}, \lambda, i\rangle = E_i |\mathbf{p}, \lambda, i\rangle = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_i^2} |\mathbf{p}, \lambda, i\rangle \cong (|\mathbf{p}| + \frac{m_i^2}{2E}) |\mathbf{p}, \lambda, i\rangle. \quad (152)$$

Wektory własne spełniają:

$$|a\rangle \equiv |\mathbf{p}, f\rangle \equiv |\mathbf{p}, \lambda, i\rangle, \quad (153)$$

co prowadzi do trywialnej postaci macierzy  $W$  (143)

$$W_{\alpha i}^f = \langle \lambda, i | f \rangle = \langle \lambda, i | \lambda', i' \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{ii'}, \quad (154)$$

przez co operator statystyczny upraszcza się do postaci:

$$\varrho(\mathbf{p}, \lambda, i; \mathbf{p}'\lambda', i'; L \neq 0) = \varrho_P(\mathbf{p}, \lambda, i; \mathbf{p}'\lambda', i'; L = 0) e^{-i(E_i - E_{i'})L}. \quad (155)$$

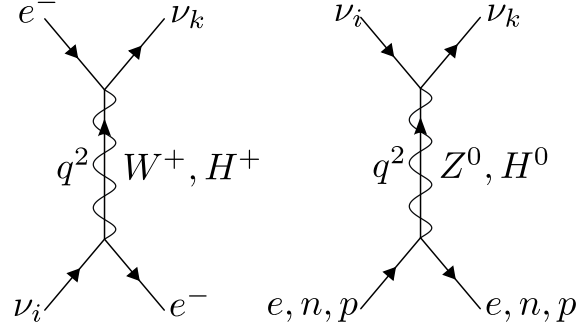
### 3.2 Efektywny Hamiltonian oddziaływania neutrin w materii

Dla wyznaczenia ewolucji macierzy gęstości otrzymanej w procesie produkcji należy wyznaczyć efektywny Hamiltonian oddziaływania neutrin w materii. Trzeba zatem policzyć koherentne rozpraszanie w przód (zerowy przekaz czteropędu  $q^2 = 0$ ) na fermionach  $f = e, n, p$

$$\nu_i + f \rightarrow \nu_k + f, \quad (156)$$

gdzie  $\nu_i$  i  $\nu_k$  to neutrina o masie  $m_i$  oraz  $m_k$ .

Niezależnie od natury neutrin, wykorzystując ogólne lagrangiany oddziaływań (105) oraz (106) (gdzie wszystkie stałe oddziaływania neutrin z kwarkami (107) zamienia się na stałe dla oddziaływania neutrin z nukleonami) rozpraszanie na poziomie drzewowym przedstawiają diagramy pokazane na rysunku 7:



Rysunek 6: Rozpraszanie neutrin w materii ziemskiej przez prądy naładowane CC i neutralne NC dla oddziaływań z  $W^+$ ,  $H^+$ ,  $Z^0$  oraz  $H^0$

### 3.2.1 Ogólny Hamiltonian oddziaływania neutrin z cząstkami materii

Oscylacja neutrin w materii niezależnie od ich natury opisywana jest zwykle efektywnym ( $q^2 \ll M_W^2, M_Z^2, M_H^2$ ) Hamiltonianem  $\mathcal{H}^{eff}$  [32, 33, 60, 61], który zawiera oddziaływanie neutrina na pojedynczych fermionach w materii  $f = e, n, p$ .

$$\mathcal{H}^{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{f=e,p,n} \sum_{i,j} \sum_{a=V,A} (\bar{\nu}_i \Gamma^a \nu_j) \left[ \bar{f} \Gamma_a \left( g_{fa}^{ij} + \bar{g}_{fa}^{ij} \gamma_5 \right) f \right], \quad (157)$$

gdzie  $\Gamma^V = \gamma^\mu$ ,  $\Gamma^A = \gamma^\mu \gamma_5$ ,  $f$  to operatory pola fermionów materii  $f = e, n, p$ , natomiast macierze  $g_{fa}$ ,  $\bar{g}_{fa}$  opisują skalarne i pseudoskalarne sprzężenia neutrin z fermionami ośrodka. Oddziaływania skalarne ( $S$ ), pseudoskalarne ( $P$ ) i tensorowe ( $T$ ), jak pokazano w uzupełnieniu U.1 są proporcjonalne do stosunku masy do energii neutrina  $\frac{m}{E}$  i będą zaniedbywane. Dokładne wyprowadzenie postaci Hamiltonianu (157) w przypadku oddziaływań Nowej Fizyki w materii ziemskiej opisane jest w uzupełnieniu U.3.

Macierze  $g_{fa}^{ij}$  oraz  $\bar{g}_{fa}^{ij}$  mają postać podaną w Uzupełnieniu U.3:

$$\begin{aligned} g_{fV}^{ij} &= (g_{fV}^L)_{ij} + (g_{fV}^R)_{ij}, & \bar{g}_{fV}^{ij} &= (\bar{g}_{fV}^L)_{ij} + (\bar{g}_{fV}^R)_{ij}, \\ g_{fA}^{ij} &= (g_{fA}^L)_{ij} + (g_{fA}^R)_{ij}, & \bar{g}_{fA}^{ij} &= (\bar{g}_{fA}^L)_{ij} + (\bar{g}_{fA}^R)_{ij}, \end{aligned} \quad (158)$$

gdzie

$$g_{fV}^L = g_f^{WL} + g_f^{HL} + g_f^{NL}, \quad g_{fV}^R = g_f^{WR} + g_f^{HR} + g_f^{NR}, \quad (159)$$

$$\bar{g}_{fV}^L = -g_f^{WL} - g_f^{HL} + \bar{g}_f^{NL}, \quad \bar{g}_{fV}^R = g_f^{WR} + g_f^{HR} + \bar{g}_f^{NR}, \quad (160)$$

$$g_{fA}^L = g_f^{WL} - g_f^{HL} - \bar{g}_f^{NL}, \quad g_{fA}^R = g_f^{WR} - g_f^{HR} + \bar{g}_f^{NR}, \quad (161)$$

$$\bar{g}_{fA}^L = -g_f^{WL} + g_f^{HL} - g_f^{NL}, \quad \bar{g}_{fA}^R = g_f^{WR} - g_f^{HR} + g_f^{NR}. \quad (162)$$

Macierze  $g_f^{WL}$ ,  $g_f^{HL}$ ,  $g_f^{NL}$ ,  $g_f^{WR}$ ,  $g_f^{HR}$ ,  $g_f^{NR}$  oraz  $\bar{g}_f^{NL}$ ,  $\bar{g}_f^{NR}$  przedstawione są w Tabeli 2.

$g_f^{mn}$	$n = L$	$n = R$
$m = W$	$ \varepsilon_L^c ^2 U_{ie}^{L*} U_{je}^L \delta^{fe}$	$ \varepsilon_R^c ^2 U_{ie}^{R*} U_{je}^R \delta^{fe}$
$m = H$	$\frac{1}{2} \eta_L \eta_R^* \frac{M_W^2}{M_H^2} V_{ie}^{L*} V_{je}^R \delta_{fe}$	$\frac{1}{2} \eta_R \eta_L^* \frac{M_W^2}{M_H^2} V_{ie}^{R*} V_{je}^L \delta_{fe}$
$m = N$	$\frac{\rho}{2} \varepsilon_L^{N\nu} \varepsilon_L^{Nf} \delta_{ij} + \frac{\rho}{2} \varepsilon_L^{N\nu} \varepsilon_R^{Nf} \delta_{ij}$	$\frac{\rho}{2} \varepsilon_R^{N\nu} \varepsilon_L^{Nf} \Omega_{ij}^R + \frac{\rho}{2} \varepsilon_R^{N\nu} \varepsilon_R^{Nf} \Omega_{ij}^R$
$\bar{g}_f^{Nn}$	$-\frac{\rho}{2} \varepsilon_L^{N\nu} \varepsilon_L^{Nf} \delta_{ij} + \frac{\rho}{2} \varepsilon_L^{N\nu} \varepsilon_R^{Nf} \delta_{ij}$	$-\frac{\rho}{2} \varepsilon_R^{N\nu} \varepsilon_L^{Nf} \Omega_{ij}^R + \frac{\rho}{2} \varepsilon_R^{N\nu} \varepsilon_R^{Nf} \Omega_{ij}^R$

Tabela 2: Macierze efektywnego Hamiltonianu.

Związki między macierzami  $g_f^{L,R}$  dla nukleonów w materii  $f = p, n$  są powiązane z macierzami dla kwarków  $f = u, d$  w następujący sposób:

$$\begin{aligned}
(g_p^L)_{ij} &= 2(g_u^L)_{ij} + (g_d^L)_{ij}, & (g_p^R)_{ij} &= 2(g_u^R)_{ij} + (g_d^R)_{ij}, \\
(g_n^L)_{ij} &= (g_u^L)_{ij} + 2(g_d^L)_{ij}, & (g_n^R)_{ij} &= (g_u^R)_{ij} + 2(g_d^R)_{ij}.
\end{aligned} \tag{163}$$

### 3.2.2 Efektywne potencjały oddziaływania neutrin w materii

Do opisu koherentnego rozpraszania neutrin w materii trzeba dodać wszystkie amplitudy rozpraszania neutrin na różnych cząstkach materii ( $M_a^f$ ) i uśrednić po rozkładach fermionów  $\rho_f(\mathbf{k}_f, \vec{\lambda}_f)$  o pędzie  $\mathbf{k}_f$  i wektorze polaryzacji  $\vec{\lambda}_f$ . W tym celu średni Hamiltonian  $\mathcal{H}_{ij}^{\text{int}}$  opisujący przejście neutrina  $i \rightarrow j$  zapisuje się w postaci [61]:

$$\mathcal{H}_{ij}^{\text{int}} = \bar{\nu}_i V_{ij} \nu_j, \tag{164}$$

gdzie

$$V_{ij} = \sum_{a,f} \Gamma^a (Z_a^f)_{ij}. \tag{165}$$

Efektywny potencjał uśredniony po rozkładach pędów  $\rho_f(\mathbf{k}_f, \vec{\lambda}_f)$  każdego z fermionów ośrodka ma postać:

$$(Z_a^f)_{ij} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\vec{\lambda}_f} \int \frac{d^3 \mathbf{k}_f}{(2\pi)^3} \rho_f(\mathbf{k}_f, \vec{\lambda}_f) (M_a^f)_{ij}, \tag{166}$$

gdzie czynnik normalizacyjny rozkładu  $\rho_f(\mathbf{k}_f, \vec{\lambda}_f)$  dany jest w postaci:

$$N_f = \sum_{\vec{\lambda}_f} \int \frac{d^3 \mathbf{k}_f}{(2\pi)^3} \rho_f(\mathbf{k}_f, \vec{\lambda}_f), \tag{167}$$

$N_f$  wyznacza liczbę fermionów na jednostkę objętości ( $V = 1$ ).

Ze względu na założenie, że rozpraszanie neutrin na fermionach materii ziemi jest koherentnym, elastycznym rozpraszaniem do przodu, czteropędy i skrętności fermionów ośrodka pozostają niezmiennione. Amplitudy rozpraszania (jednego) neutrina na (wielu) fermionach ośrodka dodają się koherentnie przy wyznaczaniu efektywnego potencjału neutrina. W tym przypadku element macierzowy  $(M_a^f)_{ij}$  dany jest przez:

$$(M_a^f)_{ij} = \langle f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) | \bar{f} \Gamma_a (g_{fa}^{ij} + \bar{g}_{fa}^{ij} \gamma_5) f | f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) \rangle. \quad (168)$$

Dokładna postać elementów macierzowych została obliczona w Uzupełnieniach U.5.  $M_a^f$  (168), przyjmuje następującą postać [61]:

$$(M_{V\mu}^f)_{ij} = g_{fV}^{ij} \frac{k_\mu}{E_f} + \bar{g}_{fV}^{ij} \frac{s_\mu}{E_f} m_f, \quad (169)$$

$$(M_{A\mu}^f)_{ij} = \bar{g}_{fA}^{ij} \frac{k_\mu}{E_f} + g_{fA}^{ij} \frac{s_\mu}{E_f} m_f. \quad (170)$$

gdzie  $E_f$ ,  $m_f$  to odpowiednio energia i masa fermionów ośrodka,  $k_\mu^f = (E_f, \mathbf{k}_f)$  to czterowektor pędu dla cząstek materii, natomiast czterowektor spinu  $s_\mu$  tradycyjnie zdefiniowany jest w sposób [62]:

$$s_\mu^f \equiv \left( \frac{\mathbf{k}_f \cdot \vec{\lambda}_f}{m_f}, \vec{\lambda}_f + \frac{\mathbf{k}_f(\mathbf{k}_f \cdot \vec{\lambda}_f)}{m_f(m_f + E_f)} \right). \quad (171)$$

Podstawiając otrzymane wyniki do równania (166) oraz wykorzystując definicję wartości średniej oblicza się efektywne potencjały [60, 61]:

$$(Z_{V\mu}^f)_{ij} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_f \left[ g_{fV}^{ij} \left\langle \frac{k_\mu^f}{E_f} \right\rangle + \bar{g}_{fV}^{ij} \left\langle \frac{s_\mu^f}{E_f} \right\rangle m_f \right], \quad (172)$$

$$(Z_{A\mu}^f)_{ij} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_f \left[ \bar{g}_{fA}^{ij} \left\langle \frac{k_\mu^f}{E_f} \right\rangle + g_{fA}^{ij} \left\langle \frac{s_\mu^f}{E_f} \right\rangle m_f \right], \quad (173)$$

gdzie  $\left\langle \frac{k_\mu^f}{E_f} \right\rangle$  i  $\left\langle \frac{s_\mu^f}{E_f} \right\rangle$  to odpowiednio średnie rozkładu pędu i spinu fermionów materii w której propagują się neutrina, obliczone ze wzoru:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{N_f} \sum_{\vec{\lambda}} \int \frac{d^3 \mathbf{k}_f}{(2\pi)^3} A(\mathbf{k}_f, \vec{\lambda}_f) \rho_f(\mathbf{k}_f, \vec{\lambda}_f). \quad (174)$$

Hamiltonian (164) można zapisać jako operator Hermitowski [33]:

$$\mathcal{H}_{ij}^{int} = \sum_a (z_a)_{ij} \bar{\nu}_i \Gamma^a \nu_j + (z_a^*)_{ij} \bar{\nu}_j \bar{\Gamma}^a \nu_i. \quad (175)$$

gdzie  $a = A, V$ . Macierze  $z_a$  są na ogół zespolone, natomiast  $\Gamma^V = \gamma^\mu$ ,  $\Gamma^A = \gamma^\mu \gamma_5$  oraz  $\bar{\Gamma}^a \equiv \gamma_0 (\Gamma^a)^\dagger \gamma_0 = \Gamma^a$  (dla  $a = A, V$ ).

Korzystając z rozkładu pól neutrin na fale płaskie (dla neutrin Diraca (10) i Majorany (45)), można obliczyć efektywne Hamiltoniany (175), które dla cząstek Diraca ( $D$ ), antycząstek Diraca ( $\bar{D}$ ) oraz cząstek Majorany ( $M$ ) mają następującą postać:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{ij}^D &= \sum_a [(z_a)_{ij} \bar{u}_i \Gamma^a u_j + (z_a^*)_{ji} \bar{u}_i \bar{\Gamma}^a u_j], \\ \mathcal{H}_{ij}^{\bar{D}} &= -\sum_a [(z_a)_{ji} \bar{v}_j \Gamma^a v_i + \sum_a (z_a^*)_{ji} \bar{v}_j \bar{\Gamma}^a v_i], \\ \mathcal{H}_{ij}^M &= \mathcal{H}_{ij}^D + \mathcal{H}_{ij}^{\bar{D}}.\end{aligned}\tag{176}$$

Definiuje się zatem:

$$\begin{aligned}(z_V)_{ij} + (z_V^*)_{ji} &= (Z_{V\mu})_{ij}, \\ (z_A)_{ij} + (z_A^*)_{ji} &= (Z_{A\mu})_{ij}.\end{aligned}\tag{177}$$

Ponadto, wykorzystując operację sprzężenia ładunkowego dla spinorów  $v_i = C \bar{u}_i^T$  oraz relację dla macierzy  $\Gamma^a$ :

$$C (\Gamma^a)^T C^{-1} = \begin{cases} \Gamma^a & \text{dla } a = S, P, A, \\ -\Gamma^a & \text{dla } a = V, T, \end{cases}\tag{178}$$

efektywne Hamiltoniany (176) można wyrazić w postaci zawierającej tylko spinory u:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{ij}^D &= (Z_{V\mu})_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu u_j + (Z_{A\mu})_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu \gamma_5 u_j, \\ \mathcal{H}_{ij}^{\bar{D}} &= -(Z_{V\mu}^*)_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu u_j + (Z_{A\mu}^*)_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu \gamma_5 u_j, \\ \mathcal{H}_{ij}^M &= 2i (\text{Im } Z_{V\mu})_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu u_j + 2 (\text{Re } Z_{A\mu})_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu \gamma_5 u_j.\end{aligned}\tag{179}$$

Korzystając z relacji w uzupełnieniu U.1 (234 - 238) elementy diagonalne Hamiltonianów (179), można zapisać jako:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{ij}^D(\lambda) &= (Z_{V\mu} + \lambda Z_{A\mu})_{ij} n^\mu, \\ \mathcal{H}_{ij}^{\bar{D}}(\lambda) &= (-Z_{V\mu}^* + \lambda Z_{A\mu}^*)_{ij} n^\mu, \\ \mathcal{H}_{ij}^M(\lambda) &= 2(i \text{Im } Z_{V\mu} + \lambda \text{Re } Z_{A\mu})_{ij} n^\mu.\end{aligned}\tag{180}$$

W przypadku oddziaływań  $\nu$ MS ( $V - A$ ), wektorowa i aksjalna macierz  $Z$  powiązane są ze sobą przez związek  $Z_{V\mu} = -Z_{A\mu}$  co prowadzi do:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{ij}^D(\lambda = -1) &= \mathcal{H}_{ij}^M(\lambda = -1) = 2(Z_{V\mu})_{ij} n^\mu, \\ \mathcal{H}_{ij}^{\bar{D}}(\lambda = +1) &= \mathcal{H}_{ij}^M(\lambda = +1) = -2(Z_{V\mu}^*)_{ij} n^\mu.\end{aligned}\tag{181}$$

W modelach, gdzie mamy dodatkowe prawoskrętne oddziaływania neutrin, zachodzi natomiast  $Z_{V\mu} \neq -Z_{A\mu}$ , co oznacza odstępstwo od przewidywań  $\nu$ MS. Odróżnienie natury neutrin w przypadku ich oscylacji w materii jest więc możliwe tylko gdy pojawiają się prawoskrętne prądy oddziaływań.

### 3.3 Efektywne oddziaływanie neutrin w materii ziemskiej

Materia ziemska charakteryzuje się następującymi cechami:

- jest niespolaryzowana, co oznacza  $\left\langle \frac{s_\mu^f}{E_f} \right\rangle = 0$ ,
- jest izotropowa  $\langle \mathbf{k}_f \rangle = 0$ , stąd  $\left\langle \frac{k_\mu^f}{E_f} \right\rangle n^\mu = 1$ ,
- jest neutralna  $N_p = N_e \neq N_n$

W przypadku ziemskiej materii oraz uwzględniając oddziaływania poza MS, postać Hamiltonianu dla neutrin Diraca (180) ze skrętnością  $\lambda = -1$  uprościć można do postaci:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{ij}^D (\lambda = -1) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{f=e,n,p} N_f (g_{fV}^{ij} - \bar{g}_{fA}^{ij}) = \\ &= \sqrt{2} G_F \sum_{f=e,n,p} N_f ((g_f^{WL})_{ij} + (g_f^{NL})_{ij} + (g_f^{HR})_{ij}) = \\ &= \sqrt{2} G_F N_e ((g_e^{WL})_{ij} + (g_e^{NL})_{ij} + (g_e^{HR})_{ij} + (g_p^{NL})_{ij}) + N_n (g_n^{NL})_{ij}, \end{aligned} \quad (182)$$

Analizując macierze Hamiltonianu Diraca (182) oraz wykorzystując tabelę ze stałymi (rozdział 3.2.1 Tabela 2.), można zauważyć, iż wpływ na odstępstwo od oddziaływań  $\nu$ MS posiadają tylko prądy skalarne, które ze względu na ograniczenia (rozdział 6.1.2) można pominąć. Oznacza to, iż w przypadku lewoskrętnych (prawoskrętnych) neutrin (antyneutrin) Diraca  $D$  ( $\bar{D}$ ) wpływ oddziaływań Nowej Fizyki, związany z prawymi oddziaływaniami, zarówno w części naładowanej jak i neutralnej, jest nie istotny (proporcjonalny do iloczynów małych stałych).

Dla neutrin Majorany

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{ij}^M (\lambda = -1) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{f=e,n,p} N_f (g_{fV}^{ij} - \bar{g}_{fA}^{ij} - g_{fV}^{ij*} - \bar{g}_{fA}^{ij*}) = \\ &= \sqrt{2} G_F \sum_{f=e,n,p} N_f ((g_f^{WL})_{ij} + (g_f^{NL})_{ij} + (g_f^{HR})_{ij} - (g_f^{WR})_{ij}^* - (g_f^{NR})_{ij}^* - (g_f^{HL})_{ij}^*). \end{aligned} \quad (183)$$

Ze względu na ograniczenia na parametry oddziaływań skalarnych (rozdział 6.1) można zaniedbać  $(g_f^{HR})_{ij}$  oraz  $(g_f^{HL})_{ij}^*$ . Dodatkowo, ze względu na kwadratowy wpływ stałej  $\varepsilon_R$  pominąć można również macierz  $(g_f^{WR})_{ij}^*$ .

Efekty oddziaływań Nowej Fizyki oraz różnica między oscylacją dla neutrin Diraca i Majorany proporcjonalne są do iloczynu parametru oddziaływań prawoskrętnych dla prądów neutralnych  $\varepsilon_R^{N\nu}$  oraz elementu macierzy  $\Omega_{ij}^R$ . Ograniczenia na parametry (rozdział 6.1.1) wskazują wartość  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.09$ .

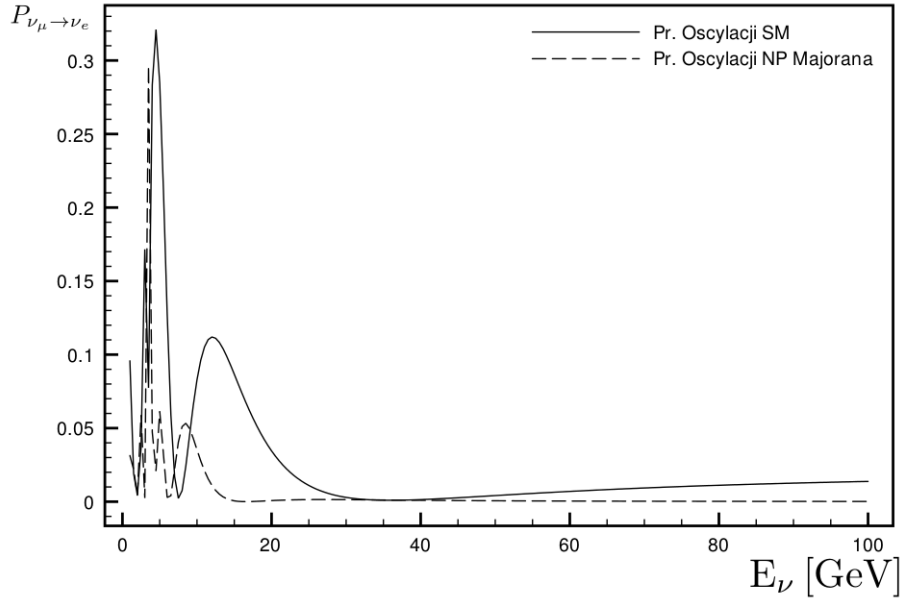
Aby pokazać jak parametry NF wpływają na zmianę prawdopodobieństwa oscylacji w tej części pracy przyjmuje się, iż proces detekcji opisywany jest przez oddziaływania MS. Pozwala to obliczyć prawdopodobieństwo oscylacji według następującej formuły:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_{i; i'} U_{i\beta}^{L*} U_{i'\beta}^L \varrho^\alpha(-1, i; -1, i'; L), \quad (184)$$

Wpływ prawych prądów neutralnych na prawdopodobieństwo oscylacji neutrin Majorany w materii ziemskiej można przeanalizować, postępując w następujący sposób:

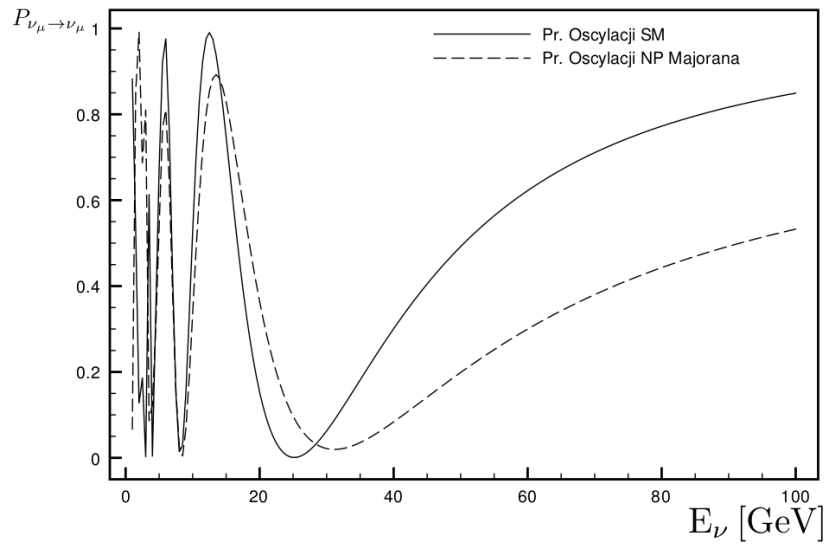
- Wyznaczyć macierz gęstości produkcji  $\rho_P(L = 0)$  (rozdział 2), uwzględniając oddziaływania NF  $\varepsilon_R = 0,04$ .
- Wyznaczyć efektywny Hamiltonian oddziaływania dla neutrin Majorany (183) dla parametrów NF  $\varepsilon_R = 0,04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0,09$ .
- Wyznaczyć macierz gęstości w miejscu detektora  $L \neq 0$  zgodnie z równaniem ewolucji (151).
- Otrzymaną macierz gęstości  $\rho(L \neq 0)$  wyrzutować na stan końcowego neutrina (o zapachu  $\beta$ ) w które ma przeoscyłować neutrino mionowe wyprodukowane w procesie produkcji.

Poniższe wykresy przedstawiają prawdopodobieństwo oscylacji w materii ziemskiej w przypadku neutrin Diraca (oddziaływania  $\nu$ MS) i Majorany (oddziaływania NF dla  $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.09$ ). Dla uwidocznienia efektu wybrano długość oscylacji przez całą średnicę ziemi ( $L = 13000$  km) przy średniej gęstości  $\rho = 7$  g/cm<sup>3</sup>. Parametry oscylacyjne wybrane zostały dla hierarchii normalnej oraz zakładając brak łamania symetrii CP  $\delta = 0$  (patrz tabela 4 Rozdział 5.2),  $\Delta m_{21}^2 = 7,50 \cdot 10^{-5}$  eV,  $\Delta m_{31}^2 = 2,32 \cdot 10^{-3}$  eV,  $\sin^2 \theta_{12} = 0,32$ ,  $\sin^2 \theta_{23} = 0,49$ ,  $\sin^2 \theta_{13} = 0,026$ .

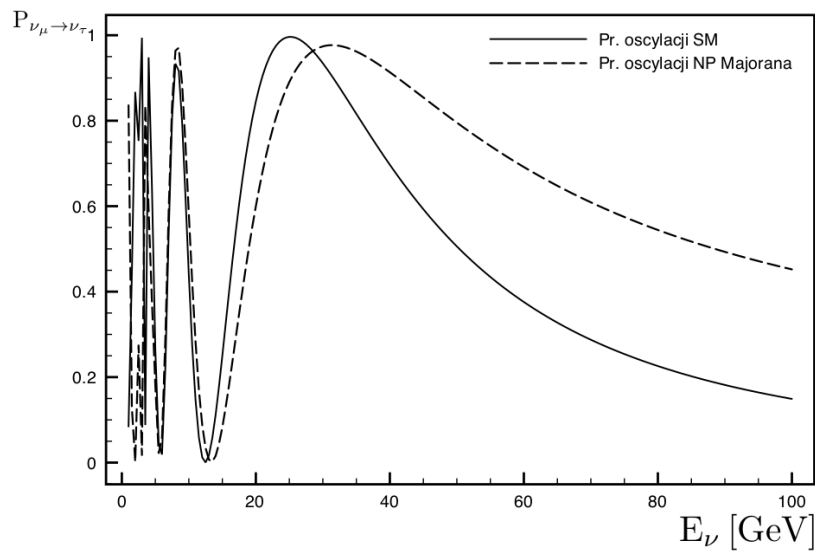


Rysunek 7: Prawdopodobieństwa oscylacji  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ , dla  $L = 13000$  km w funkcji energii neutrin





Rysunek 8: Prawdopodobieństwa oscylacji  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ , dla  $L = 13000$  km w funkcji energii neutrin



Rysunek 9: Prawdopodobieństwa oscylacji  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ , dla  $L = 13000$  km w funkcji energii neutrin

## 4 Detekcja neutrin

W eksperymentach badających oscylację neutrin, można uzyskać informację o przekrojach czynnych na oddziaływanie neutrin. Zebrane dotychczas wyniki eksperymentalne, opierające się na analizie procesów wykorzystujących oba kanały (przez prądy neutralne (NC) i naładowane (CC)), otrzymywane były na wielu różnych „tarczach” (na których rozpraszane były neutrina) oraz przy pomocy różnych technologicznie detektorów. Obecne eksperymenty akceleratorowe pozwalają mierzyć przekroje czynne w zakresie energii  $\sim 0.1 - 300$  GeV [13]. Bazują one głównie na pomiarach procesów: rozpraszania inkluzyjnego (Inclusive Scattering (IS))  $\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X$  ( $\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \mu^+ X$  dla antyneutrin), rozpraszania kwazi-elastycznego  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p$ , gdzie naładowany lepton oraz pojedynczy nukleon „wyrzucane” są przez elastyczne oddziaływanie neutrina z nukleonem tarczy oraz procesów produkcji pojedynczych pionów [63], które wykorzystują zarówno procesy CC  $\nu_\mu A \rightarrow \mu^- A \pi^+$ , jak i NC  $\nu_\mu A \rightarrow \nu_\mu A \pi^0$ . W przypadku niskich energii wykorzystywany jest również proces rozpraszania neutrin na elektronach [64].

### 4.1 Detekcja neutrin w formalizmie macierzy gęstości

W ogólności proces detekcji można zapisać jako:

$$\nu_i + D_1 \rightarrow l_\beta + D_2. \quad (185)$$

Zakładając, że cząstki tarczy detektora  $D_1$  są niespolaryzowane oraz przyjmując, że polaryzacja cząstek końcowych nie jest mierzona, różniczkowy przekrój czynny dla neutrina o zapachu  $\beta$  w układzie LAB dany jest przez [32]:

$$\frac{d\sigma_{\alpha\beta}}{d\Omega_\beta} = f_D \sum_{\substack{\lambda, i; \lambda', i' \\ \lambda_{D_1}, \lambda_{D_2}, \lambda_\beta}} A_{i \lambda_\beta, \lambda_{D_2}}^\beta(\mathbf{p}_\beta) \varrho^\alpha(\lambda, i; \lambda', i'; L \neq 0) (A_{i' \lambda_\beta, \lambda_{D_2}}^{\beta \lambda', \lambda_{D_1}}(\mathbf{p}_\beta))^*, \quad (186)$$

gdzie  $\varrho^\alpha(\lambda, i; \lambda', i'; L = T \neq 0)$  to macierz gęstości wyprodukowanego neutrina o zapachu  $\alpha$  po propagacji, natomiast  $\lambda, \lambda_{D_1}, \lambda_\beta, \lambda_{D_2}$  to skrętności odpowiednich cząstek.  $f_D$  to czynnik kinematyczny dany przez [32]:

$$f_D = \frac{1}{64 \pi^2 (2 s_{D_1} + 1) E_\nu m_{D_1}} \frac{p_\beta^3}{(E_\nu + m_{D_1}) p_\beta^2 - E_\beta (\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}_\beta)}. \quad (187)$$

gdzie  $m_{D_1}$  to masa natomiast  $s_{D_1}$  to spin cząstek detektora.  $\mathbf{p}$  i  $E_\nu$  to odpowiednio pęd neutrina i jego energia. Podobnie  $\mathbf{p}_\beta$  i  $E_\beta$  to pęd i energia leptonu  $\beta$ . Amplitudy  $A_{i \lambda_\beta, \lambda_{D_2}}^{\beta \lambda \pm, \lambda_{D_1}}$  opisujące proces detekcji (185) wyznaczone są w układzie LAB. Po całkowaniu po kątach

$$\sigma_{\alpha\beta}(L) = \int d \cos \theta_\beta d\varphi_\beta \frac{d\sigma_{\alpha\beta}}{d\Omega_\beta}, \quad (188)$$

otrzymuje się całkowity przekrój czynny na detekcję neutrina  $\nu_\beta$ , które wyprodukowane zostało w procesie produkcji jako neutrino o zapachu  $\alpha$ .

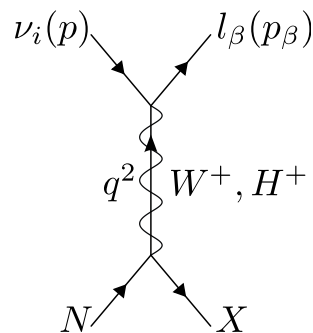
## 4.2 Rozpraszanie neutrin na nukleonach tarczy detektora

Przez ostatnie lata wiele eksperymentów mierzyło całkowity przekrój czynny dla rozpraszania neutrin (antyneutrin) na nukleonach  $\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X$  ( $\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \mu^+ X$ ) w pełnym zakresie energii ( $\sim 0,1 - 300$  GeV). Dla niskich energii przeważający wpływ na inkluzywne przekroje czynne mają procesy kwazi-elastycznego rozpraszania oraz procesy prowadzące do powstawania rezonansów. W przypadku wysokoenergetycznych neutrin dominującym wkładem w ten przekrój jest głęboko nieelastyczne rozpraszanie neutrin na nukleonach (DIS - deep inelastic scattering) [65], które opisywane są w partonowym modelu nukleonów [66].

Przyjmując za proces detekcji (185) rozpraszanie neutrin na nukleonach można napisać:

$$\nu_i + N \rightarrow l_\beta + X . \quad (189)$$

Diagram na poziomie drzewowym, przedstawiający proces (189) przedstawiono na poniższym rysunku (rysunek 11):



Rysunek 10: Diagram procesu detekcji

W procesie tym nukleon  $N = n, p$ , natomiast  $X$  to zbiór końcowych hadronów.

Opis oddziaływania cząstek z nukleonami jest skomplikowany nawet przy użyciu oddziaływań zawartych w Modelu Standardowym. Wymaga on wprowadzenia tzw. form factorów, które należy wyznaczyć bezpośrednio z doświadczenia. Stąd też badanie Nowej Fizyki dla takich oddziaływań (a co za tym idzie dla procesu detekcji) wykracza poza ramy niniejszej rozprawy. Dlatego też, aby obliczyć przekroje czynne na detekcję należy posłużyć się formułami czysto fenomenologicznymi. W przypadku gdy model zakłada tylko lewoskrętne neutrina, przekrój czynny można obliczyć według następującej formuły:

$$\sigma_{\alpha\beta}(L) = \sum_{i; i'} \sigma_{\nu_\beta + N \rightarrow X + l_\beta}^{CC \text{ exp}} |\varepsilon_L|^2 U_{i\beta}^{L*} U_{i'\beta}^L \varrho^\alpha(-1, i; -1, i'; L), \quad (190)$$

gdzie  $\sigma_{\nu_\beta + N \rightarrow X + l_\beta}^{CC \text{ exp}}$  to wyznaczony doświadczalnie przekrój czynny rozpraszania neutrina o zapachu  $\beta$  na nukleonie.

Oddziaływania przez prawe prądy naładowane związane są z pojawieniem się w wiązce prawoskrętnych neutrin. Ilość takich neutrin proporcjonalna jest do  $\varepsilon_R^2$ . Stan takich neutrin opisuje  $\varrho^\alpha(1, i; 1, i'; L)$ . Ze względu na dodatnią skrętność prawych neutrin można przyjąć, że oddziaływać będą one z nukleonami tak samo jak antyneutrino.

Całkowity przekrój czynny  $\sigma_{\beta\alpha}$  uwzględniający prawoskrętne neutrino, można przyjąć w czysto fenomenologiczny sposób w postaci:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}(L) &= \sum_{i,i'} \left( \sigma_{\nu_{\beta+N \rightarrow X+l_\beta}}^{CC \text{ exp}} |\varepsilon_L|^2 U_{i\beta}^{L*} U_{i'\beta}^L \varrho^\alpha(-1, i; -1, i'; L) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{\bar{\nu}_{\beta+N \rightarrow X+l_\beta^+}}^{CC \text{ exp}} |\varepsilon_R|^2 U_{i\beta}^{R*} U_{i'\beta}^R \varrho^\alpha(1, i; 1, i'; L) \right), \end{aligned} \quad (191)$$

gdzie  $\varrho(\lambda, i; \lambda', i'; L = T \neq 0)$  to macierz gęstości w miejscu detektora (139).

Całkowity przekrój czynny na głęboko nieelastyczne rozpraszanie neutrin (DIS) na tarczy izoskalarnej [66] można odczytać z danych eksperymentalnych. Dla neutrina mionowego  $\nu_\mu$  otrzymuje się [13]:

$$\sigma_{\nu_\mu+N \rightarrow X+\mu^-}^{CC \text{ exp}} = 6.777 \pm 0.014 \times 10^{-38} \left( \frac{E_\nu}{\text{GeV}} \right) \text{cm}^2, \quad (192)$$

gdzie zaznaczono błąd statystyczny i systematyczny.

Podobnie dla antyneutrino mionowego eksperymentalne wyniki w procesie DIS dają:

$$\sigma_{\bar{\nu}_\mu+N \rightarrow X+\bar{\mu}^+}^{CC \text{ exp}} = 3.334 \pm 0.008 \times 10^{-38} \left( \frac{E_\nu}{\text{GeV}} \right) \text{cm}^2. \quad (193)$$

Stosując transformację CP, można wyznaczyć całkowity przekrój czynny dla antyneutrin:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\bar{\beta}}(L) &= \sum_{i,i'} \left( \sigma_{\bar{\nu}_{\beta+N \rightarrow X+l_\beta^+}}^{CC \text{ exp}} |\varepsilon_L|^2 U_{i\beta}^L U_{i'\beta}^{L*} \varrho^{\bar{\alpha}}(1, i; 1, i'; L) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{\nu_{\beta+N \rightarrow X+l_\beta}}^{CC \text{ exp}} |\varepsilon_R|^2 U_{i\beta}^R U_{i'\beta}^{R*} \varrho^{\bar{\alpha}}(-1, i; -1, i'; L) \right) \equiv \end{aligned} \quad (194)$$

gdzie  $\varrho^{\bar{\alpha}}(\lambda, i; \lambda', i'; L = T \neq 0)$  to macierz gęstości obliczona dla ewolucji antyneutrina  $\bar{\nu}_\alpha$  wyprodukowanego w procesie produkcji.

Liczba neutrin o zapachu  $\beta$ , które przelatują w czasie  $T_D$  z gęstością wiązki  $\varrho_B$  przez detektor o gęstości  $\varrho_D$  oraz są obserwowane w objętości  $V_D$  dana jest przez:

$$N_{\alpha\beta} = \varrho_B \varrho_D V_D T_D \sigma_{\alpha\beta}. \quad (195)$$

Wzór ten pozwala otrzymać interesującą eksperymentalnie wielkość możliwą do zmierzenia w realnych eksperymentach akceleratorowych.

Wpływ prawoskrętnych oddziaływań CC (podobnie jak w procesie produkcji) proporcjonalny jest do kwadratu wartości parametru  $\varepsilon_R$ . Analogicznie do procesu produkcji na podstawie procesu detekcji z jednym neutrinem w stanie końcowym nie można stwierdzić czy neutrino mają naturę Diraca czy Majorany.

Do numerycznego oszacowania liczby przypadków w konkretnym eksperymencie potrzebne są następujące informacje:

- czas prowadzenia eksperymentu,
- charakterystyka wiązki wyrażana przez liczbę protonów na tarczy tzw. „P.O.T ” (protons on target),
- efektywna masa detektora (najczęściej w kilotonach).

W przypadku eksperymentu OPERA wielkości te przedstawiają się następująco [67]: Eksperyment prowadzony przez 5 lat z  $4.5 \times 10^{19}$  P.O.T (na rok), wykorzystujący detektor o masie 1.65 kt. Energia neutrin wyznacza się w przedziale od 1 – 30 GeV , z „pikiem” w okolicach 17 GeV. Długość oscylacji szacuje się na 732 km. Profil gęstości materii ziemskiej przyjmuje się jako jednorodny ze średnią wartością  $\rho = 2.72 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ .

## 5 Obecne eksperymenty oscylacji neutrin, parametry oscylacyjne i ich błędy w ramach $\nu$ MS

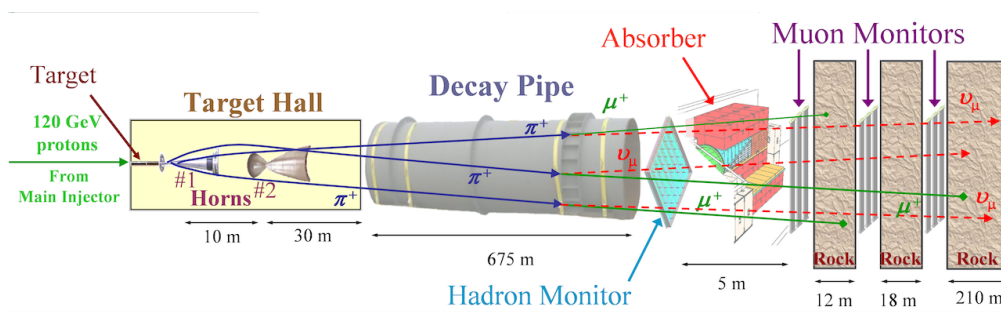
Jednym z podstawowych źródeł neutrin na ziemi jest Słońce. Nasza najbliższa gwiazda jest potężnym źródłem neutrin elektronowych o energii rzędu 1 MeV, produkowanych w reakcjach syntezy lekkich pierwiastków będących źródłem energii gwiazdy. Ze względu na bardzo mały przekrój czynny na oddziaływanie neutrin detekcja neutrin słonecznych jest trudna i wymaga olbrzymich, umieszczonych pod ziemią detektorów. Pierwszego zarejestrowania neutrin słonecznych dokonano w 1970 w eksperymencie Homestake. Detekcja neutrin słonecznych przyczyniła się do odkrycia (Homestake) i potwierdzenia (Kamiokande, GALLEX, Super-Kamiokande, SAGE) oscylacji neutrin. Oprócz neutrin ze słońca na ziemi rejestrowane są również neutrina pochodzące z wybuchów supernowych (np. wybuch supernowej 1987A w Wielkim Obłoku Magellana). Do naturalnych neutrin można zaliczyć również tzw. neutrina atmosferyczne. Neutrina te pochodzą z rozpadów naładowanych pionów i mionów przechodzących przez atmosferę ziemi. Neutrina atmosferyczne o energiach z przedziału 100 MeV do około 100 GeV obserwowane są przez podziemne detektory, głównie przez procesy rozpraszania neutrin na nukleonach. Pierwsze obserwacje neutrin atmosferycznych dokonywane były w 1965 r., gdzie detektory zostały umieszczone w kopalniach złota w południowych Indiach oraz w południowej Afryce. Następnie obserwację neutrin atmosferycznych potwierdzane były w latach 80-tych przez Kamiokande oraz IMB. Ponadto istnieją tzw. neutrina reliktowe, które są pozostałością po Wielkim Wybuchu.

Oprócz naturalnych źródeł neutrin istnieje możliwość wytworzenia tych cząstek w sposób sztuczny. Do takich źródeł można zaliczyć reaktory, w których neutrina (reaktorowe) powstają w rozpadach  $\beta$ . Reaktory pozwalają otrzymać bardzo duże strumienie antyneutrin. Za ich pomocą bada się przejścia antyneutrin elektronowych na inne antyneutrina  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_X$ . Średnia energia antyneutrin reaktorowych oscyluje w okolicach 2 – 3 MeV. Eksperymenty wykorzystujące reaktory jako źródło neutrin to np. Borexino, CHOOZ, Paulo Verde, oraz wcześniejsze ILL-Genoble, Bugey, Rovno, Savannah River [68].

Omawiane powyżej doświadczenia z neutrinami słonecznymi, atmosferycznymi czy reaktorowymi pochodzą ze źródeł, których nie da się kontrolować ani modyfikować, co ma ogromny wpływ na parametry eksperymentów neutrinowych tj. strumień czy widmo energii neutrin, wpływ na liczbę oddziaływań zależny jest natomiast jedynie od rozmiarów detektora. Stąd pomysł, aby wytwarzać neutrina z innego sztucznego źródła, jakim mogą być akceleratory. Wykorzystanie akceleratorów daje olbrzymie możliwości w kontroli nad kierunkiem lotu, widmem energetycznym oraz rodzajem wytworzonych neutrin. Ponadto łatwiej w tym przypadku kontrolować odległość detektora od źródła. Wykorzystanie tych własności pozwala na przeprowadzenie eksperymentów, w których efekty oscylacyjne będą największe.

## 5.1 Akceleratorowe eksperymenty oscylacyjne

W akceleratorach można przyspieszać stabilne cząstki naładowane, dlatego do produkcji neutrin wykorzystuje się tzw. wiązkę pierwotną (protony), która po wprowadzeniu do akceleratora jest przyspieszana i kierowana w tarczę, gdzie w wyniku zderzenia powstają różnego rodzaju cząstki naładowane tzw. wiązka wtórna. Cząstki posiadające interesujące nas własności: pęd, energię i ładunek, można selekcjonować za pomocą odpowiednich magnesów i przesłon. Przedmiotem zainteresowania jest przede wszystkim produkcja neutrin z cząstek naładowanych, które można utworzyć przez piony, kaony oraz miony. Rozpadające się w tunelach o długościach  $\sim 100 - 800$  m piony  $\pi^+$  [69, 70] produkują wiązkę neutrin mionowych o energii rzędu  $0,5 - 10$  GeV. Dodatkowo, aby wyczyścić wiązkę, stosuje się różnego rodzaju absorbenty, np. chłodzone wodą warstwy aluminium, otoczone stalowymi i betonowymi blokami służące do wylapywania hadronów. Użyteczne stają się również skały, w których umieszczany jest detektor, gdyż pozwalają one wychwycić, poprzez jonizację, pozostałe w wiązce miony. Wiązka w eksperymentach akceleratorowych składa się głównie z neutrin mionowych  $\nu_\mu$  z pewną domieszką antyneutrin  $\bar{\nu}_\mu$ . Dodatkowo w śladowych ilościach mogą pojawić się (ok. 1%) neutrina i antyneutrina elektronowe  $\nu_e, \bar{\nu}_e$ , które z kolei tworzą się z rozpadów mionów i kaonów.



Rysunek 11: Schemat otrzymywania wiązki neutrin w eksperymentach akceleratorowych

Oscylacje neutrin, gdzie neutrina produkowane są w akceleratorach, testowane są obecnie w dwóch kategoriach eksperymentów z tzw. krótką bazą (short-baseline) oraz z długą bazą (long-baseline). Długość bazy wyznacza się przez stosunek energii neutrin  $E$  do długości ich propagacji  $L$ . W przypadku neutrin akceleratorowych eksperymenty z długą bazą to te, w których  $E/L \simeq \Delta m^2 \sim 2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ .

Poniższa tabela przedstawia eksperymenty akceleratorowe w podziale ze względu na bazę:

Baza	L	E	czułość $\Delta m^2$	Eksperyment
SBL	$\sim 1$ km	$\gtrsim 1$ GeV	$1\text{eV}^2$	NuTeV[71], LSND [72], BEBC[73], CHARM [74], CHORUS [75], NOMAD[76]
LBL	$\sim 10^3$ km	$\gtrsim 1$ GeV	$10^{-3}\text{eV}^2$	T2K, K2K[77], MINOS[78], ICARUS, OPERA[79]
VLBL	$\sim 10^4$ km	$\gtrsim 1$ GeV	$10^{-4}\text{eV}^2$	Super-Beam

Tabela 3: Eksperymenty akceleratorowe ze względu na bazę [3].

Celem pierwszych eksperymentów akceleratorowych było wyjaśnienie anomalii w obserwacjach neutrin atmosferycznych, a następnie potwierdzenie wyjaśnienia tego efektu poprzez oscylację neutrin mionowych w neutrina elektronowe i taonowe. Eksperyment CHOOZ [80] wykluczył możliwość, iż dominującym modem oscylacji jest zamiana neutrin mionowych na elektronowe, stąd pierwsza generacja eksperymentów akceleratorowych (np. OPERA[79]) głównie skupiała się na analizie oraz potwierdzeniu oscylacji neutrin mionowych w neutrina taonowe. Sukcesem tego eksperymentu jest pierwsza obserwacja neutrina taonowego dokonana 31 maja 2010 roku [81]. Drugi przypadek odnotowany został 6 czerwca 2012. Dodatkowo eksperymenty K2K [77] oraz MINOS [78], ze względu na energię wiązki neutrin (kilka GeV) mogły obserwować zmniejszenie się ilości neutrin mionowych w detektorach. Wkrótce po odkryciu oscylacji neutrin przez eksperyment Super-Kamiokande [82] (1998 r.), wzrosło zainteresowanie badaniem oscylacji  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  kanału elektronowego. Dla trzech neutrin rozkład prawdopodobieństwa oscylacji neutrina mionowego w elektronowe pozwala wyznaczyć wartość kąta  $\theta_{13}$ . Istotnym faktem eksperymentalnym okazał się bardzo dokładny pomiar tego kąta w eksperymencie Daya Bay [83], w którym otrzymano wartość:

$$\sin^2 \theta_{13} = 0.024 \pm 0.004, \quad (196)$$

co na poziomie  $5.2\sigma$  potwierdziło niezerową wartość kąta  $\theta_{13}$ . Wynik ten z dużą precyzją potwierdził wcześniejsze pomiary przeprowadzone w eksperymentach T2K, MINOS oraz Double Chooz. To dzięki akceleratorowym eksperymentom oscylacyjnym jest możliwe odkrycie i szczegółowa analiza łamania symetrii CP. Mają one również decydujący wpływ na wyznaczenie hierarchii masowej neutrin, precyzyjne testy macierzy mieszania oraz badanie jej unitarności, które tak istotne jest w przypadku poszukiwania sterylnych neutrin.

Wciąż jednak nie odpowiedziano na wiele pytań dotyczących natury i własności neutrin. Dlatego też zaplanowano kolejne eksperymenty akceleratorowe z użyciem wiązek o większej mocy, coraz to większych detektorów i innych długości oscylacji neutrin. Przykład stanowi eksperyment NO $\nu$ A [84, 85, 86] planowany na 2014 r. przeznaczony do



badania oscylacji  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  przy wykorzystaniu wiązki NuMI [87]. W tym eksperymencie detektor będzie miał masę rzędu 10 kt., długość oscylacji natomiast wynosić będzie 810 km. Owy detektor posłuży do bardzo czułego pomiaru kąta  $\theta_{13}$ , badania łamania symetrii Lorentza, oddziaływań przy oscylacji neutrin w materii oraz ewentualnego odkrycia neutrin sterylnych.

Obecnie w Europie priorytetowym projektem wśród akceleratorowych eksperymentów badających oscylację neutrin jest projekt LAGUNA [88]. Wiązka zostanie przygotowana w CERNIE. Ze względu na olbrzymią wielkość i masę (rzędu kilkudziesięciu kt) detektorów, wybrano siedem najlepszych lokalizacji w całej Europie, mieszczących się w odległościach od 130 do 2300 km tj. Frejus (Francja) – 130 km, Canfranc (Hiszpania) – 630 km, Caso (Włochy) – 665 km, Sieroszewice (Polska) – 950 km, Boulby (UK) – 1050 km, Slanic (Rumunia) – 1570 oraz Pyhasalmi (Finlandia) – 2300 km. Dzięki intensywnej wiązce z CERN-u będzie możliwe precyzyjne wyznaczenie wartości kąta  $\theta_{13}$ . Realnie stanie się również wyznaczenie hierarchii masowej oraz wykrycie łamania symetrii CP w sektorze leptonowym. Projekt ten zakłada zbadanie kanału oscylacji neutrin mionowych w neutrina elektronowe  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ . Aby uzyskać dokładne efekty pomiarów (ze względu na określone odległości pierwsze maximum oscylacyjne wyznacza najlepszą energię wiązki) energia wiązki neutrin powinna być w zakresie 0.26 MeV - 4.64 GeV [89].

## 5.2 Parametry oscylacyjne

Obecne dane eksperymentalne dostarczają nam licznych informacji na temat masy neutrin oraz parametrów macierzy mieszania. W przypadku trzech neutrin, istnieją dwie możliwe hierarchie spektrum masowego:

(a) hierarchia normalna

$$m_1 < m_2 < m_3; \quad \Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2 \quad (197)$$

(b) hierarchia odwrotna

$$m_3 < m_2 < m_1; \quad \Delta m_{21}^2 \ll |\Delta m_{31}^2| \quad (198)$$

Współczesne dane eksperymentalne wciąż nie wskazują, która z hierarchii jest realizowana.

Centralne wartości parametrów oscylacyjnych w hierarchii normalnej (odwrotnej), które używa się do obliczeń numerycznych przedstawiają się następująco [13, 90]:

$$\begin{aligned} \Delta m_{21}^2 &= 7.50 \times 10^{-5} \text{eV}^2, & |\Delta m_{31}^2| &= 2.55(2.43) \times 10^{-3} \text{eV}^2, \\ \sin^2(\theta_{12}) &= 0.320, & \sin^2(\theta_{23}) &= 0.613 (0.6), \\ \sin^2(\theta_{13}) &= 0.0246, & \delta &= 0.8\pi (-0.03\pi). \end{aligned} \quad (199)$$

Przedziały ufności parametrów oscylacyjnych przedstawia poniższa tabela [90]:

parametr	$1\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
$\Delta m_{21}^2 [10^{-5}\text{eV}^2]$	7.43–7.81	7.27–8.01	7.12–8.20
$ \Delta m_{31}^2  [10^{-3}\text{eV}^2]$	2.46 – 2.61	2.38 – 2.68	2.31 – 2.74
	2.37 – 2.50	2.29 – 2.58	2.21 – 2.64
$\sin^2 \theta_{12}$	0.303–0.336	0.29–0.35	0.27–0.37
$\sin^2 \theta_{23}$	0.400–0.461	0.38–0.66	0.36–0.68
	0.569–0.626	0.39–0.65	0.37–0.67
$\sin^2 \theta_{13}$	0.0218–0.0275	0.019–0.030	0.017–0.033
	0.0223–0.0276	0.020–0.030	
$\delta$	$0 - 2\pi$	$0 - 2\pi$	$0 - 2\pi$

Tabela 4: Parametry oscylacyjne neutrin. Dla  $\Delta m_{31}^2$ ,  $\sin^2 \theta_{23}$  i  $\sin^2 \theta_{13}$  górne wartości (dolne) odpowiadają normalnej (odwrotnej) hierarchii mas.

Górne ograniczenia na masę neutrin z rozpadu  $\beta$  trytu (na poziomie 95 % C.L.) uzyskano w precyzyjnych eksperymentach w Mainz [91] oraz w Troitsku [92], gdzie dla „średniej” masy neutrin

$$m_\beta = \sqrt{\sum_i |U_{ei}|^2 m_i^2} \quad (200)$$

uzyskano

$$m_\beta \leq 2.3 \text{ eV (Mainz)} \quad m_\beta \leq 2.1 \text{ eV (Troitsk)}. \quad (201)$$

Wyniki otrzymane z eksperymentów oscylacyjnych oraz rozpadu  $\beta$  trytu pozwalają wywnioskować, że:

- (a) Neutrino są cząstkami o masie różnej niż zero.
- (b) Masa neutrin jest o wiele mniejsza od masy naładowanych leptonów i kwarków.

Zrozumienie pochodzenia niewielkiej masy neutrin jest możliwe dzięki wiedzy na temat charakteru neutrin. Konieczne więc staje się przeprowadzenie nowych i coraz bardziej czułych eksperymentów, pozwalających stwierdzić czy neutrino to cząstki Diraca czy Majorany.

Ograniczenia z prowadzonych eksperymentów, szukających bezneutrinowego podwójnego rozpadu  $\beta$  przedstawiają się następująco [93]:

Eksperyment	$ m_{\beta\beta}  \lesssim$
Heidelberg-Moscow [94]	(0.22 – 0.64) eV
NEMO3 [95, 96]	(0.44 – 1.00) eV

Tabela 5: Ograniczenia na masę z bezneutrinowego podwójnego rozpadu  $\beta$ .

gdzie

$$|m_{\beta\beta}| = \left| \sum_i U_{ei}^2 m_i \right|. \quad (202)$$

Liczne eksperymenty wciąż nie dowodzą istnienia rozpadu [93]. Na przyszłość zaplanowano doświadczenia m.in GERDA [97], CUORE [98], KamLAND-Zen [99], EXO [100], które powinny znacząco poprawić obecne ograniczenia do  $|m_{\beta\beta}| \lesssim 1 \cdot 10^{-2} \text{eV}$ .

### 5.3 Rekonstrukcja przypadków oddziaływania neutrin w detektorach

Przekroje czynne na oddziaływania neutrin są bardzo małe. Stąd dla zarejestrowania ich oddziaływań wykorzystuje się olbrzymie detektory o dużej masie. Ponadto wymaga się aby wiązka neutrin była bardzo intensywna. W detektorach eksperymentów akceleratorowych neutrina oddziałują zazwyczaj z jądrami (np. żelaza), produkując w ten sposób cząstki wtórne, które przechodząc przez detektor powodują pojawienie się światła w scyntylatorach. Niniejszy podrozdział opisuje metody rekonstrukcji oddziaływań neutrin w detektorze, oraz wyjaśnia charakterystykę różnych typów rejestrowanych przypadków.

Wiązka neutrin zazwyczaj przygotowywana jest tak, aby przy każdym jej pulsie w bliskim detektorze zachodziło wiele oddziaływań (ok 10). Aby przyporządkować poszczególne trafienia różnym oddziaływaniom korzysta się z tzw. separacji czasowej i przestrzennej. W przypadku dalekiego detektora oddziaływania zachodzą rzadko, stąd prawdopodobieństwo nałożenia się dwóch przypadków z wiązki jest zaniedbywalne. Tło pochodzące od promieniowania kosmicznego i neutrin atmosferycznych można wyeliminować poprzez dokładne określenie kierunku i czasu dotarcia wiązki do detektora.

Pojedyncze trafienia możemy rozdzielić na zbiory tzw. torów i kaskad, które wykorzystuje się do rekonstrukcji przypadków. „Tor ” służy do odwzorowania śladu konkretnej, pojedynczej cząstki przelatującej przez warstwy detektora, która wywołuje aktywność w napotkanych paskach scyntylacyjnych. Konstrukcja detektorów i algorytmy rekonstrukcji torów optymalizuje się tak, aby efektywnie znajdować ślady pozostawione przez miony. Cząstki te najczęściej przebywają dużą odległość w detektorze. Z tego też powodu zakłada się, że rekonstruowane tory należą do mionów. Szukanie torów odbywa się w dwóch etapach. Na początku wyszukiwane są krótkie segmenty współliniowych trażeń leżących w sąsiednich płaszczyznach. Segmenty, które zachodzą na siebie łączy się w tzw. „zarodek” toru. W kolejnym kroku korzysta się z analiz komputerowych (tzw.

filtru Kalama), które starają się sprawdzać czy rzeczywisty tor zgadza się z numeryczną symulacją. Na podstawie takich analiz dopasowuje się kształt toru, oraz wykorzystując krzywiznę toru otrzymuje się pęd mionu. Energię mionu wyznacza się z odległości jaką przebyła cząstka w detektorze. Efektywność tej metody jest obecnie bardzo duża, ale zdarza się, że wskazywane są tory nieprawdziwe, złożone z przypadkowych, leżących blisko siebie trafień.

W procesie detekcji neutrin może dochodzić do wytworzenia hadronów, które widziane są w detektorze jako kaskady powstające na skutek oddziaływań silnych z materią detektora. Ze względu na zbyt małą rozdzielczość przestrzenną detektorów tory pojedynczych cząstek występujących w kaskadach nie są odtwarzane. Leżące blisko siebie w przestrzeni i czasie trafienia są grupowane w mniejsze struktury, które później łączy się w całość. Energia kaskady wyznaczana jest jako suma całkowitego sygnału scyntylacyjnego. Odpowiednia kalibracja detektora pozwala wyznaczyć zależność zarejestrowanego sygnału od prawdziwej energii kaskady. Często w kaskadach pojawiają się dużo bardziej zwarte kaskady elektromagnetyczne, które powstają w wyniku konwersji neutralnych pionów w fotony lub też w wyniku oddziaływań neutrin elektronowych. Na podstawie informacji o torach i kaskadach wyznacza się położenie wierzchołków przypadków, które odtwarzają punkty zajścia oddziaływania neutrina. Przypadki których wierzchołki nie znajdują się w obszarze wiarygodnym detektora są pomijane, dzięki czemu pomija się niekompletne przypadki.

## 6 Oscylacje neutrin poza $\nu$ MS

### 6.1 Ograniczenia na parametry poza $\nu$ MS

Podstawowym wpływem ograniczającym parametry nowej fizyki jest skala nowych oddziaływań  $M_{NF}$ . Zakładając, iż nowe oddziaływania przenoszone są przez dodatkowe bozony pośredniczące o masie rzędu  $M_{NF}$ , wierzchołki wynikające z czterofermionowego przybliżenia lagrangianów NF (105), (106) będą proporcjonalne do czynnika  $1/M_{NF}^2$ , tak jak ma to miejsce w przypadku standardowych oddziaływań słabych, dla których stała Fermiego  $G_F$  proporcjonalna jest do  $1/M_W^2$ . Stąd można wywnioskować rząd parametrów Nowej Fizyki na [101, 102] :

$$\epsilon^2 \sim \frac{M_W^2}{M_{NF}^2}. \quad (203)$$

Biorąc pod uwagę masę bozonu W (bozonu Z) 80, 385 GeV (91, 187 GeV) [13] wartość parametrów w przypadku dodatkowych bozonów pośredniczących o masie rzędu 1 TeV, można oszacować na:

$$\epsilon \sim 0,08 \quad (\epsilon \sim 0,09). \quad (204)$$

#### 6.1.1 Ograniczenia na parametry niestandardowych oddziaływań z eksperymentów

Oprócz wyznaczania ilości zarejestrowanych neutrin, eksperymenty oscylacyjne pozwalają ograniczyć parametry niestandardowych oddziaływań (NSI – Non-Standard interactions). Opis NSI można znaleźć m.in w pracach [103, 104]. Oddziaływania te wprowadzają modyfikację efektywnego Hamiltonianu w części oscylacyjnej. We wszystkich pracach analizujących niestandardowe oddziaływania zakłada się, iż neutrina są tylko cząstkami lewoskrętnymi. Efektywny Lagrangian zakłada się w postaci [67, 105, 103, 104]:

$$\mathcal{L}_{NSI} = -2\sqrt{2}G_F\epsilon_{\alpha\beta}^{ff'C}(\bar{\nu}_\alpha\gamma^\mu P_L\nu_\beta)(\bar{f}'\gamma_\mu P_C f'), \quad (205)$$

gdzie  $\epsilon_{\alpha\beta}^{ff'C}$  to parametry NSI,  $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$ ,  $f, f' = e, u, d$ , natomiast  $C = L, R$ .

Efektywny Hamiltonian oddziaływania w materii, z uwzględnieniem NSI zapisuje się w postaci:

$$\hat{H} = \frac{1}{2E} \left[ U \text{diag}(m_1^2, m_2^2, m_3^2) U^\dagger + \text{diag}(A, 0, 0) + A\epsilon^m \right], \quad (206)$$

gdzie macierz  $\epsilon^m$  zawiera parametry NSI  $\epsilon_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$ ), które zdefiniować można jako:

$$\epsilon_{\alpha\beta} \equiv \sum_{f,C} \epsilon_{\alpha\beta}^{fC} \frac{N_f}{N_e}. \quad (207)$$

Ewolucja stanu neutrina dana jest przez równanie ewolucji w postaci:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \left[ U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U^\dagger + A \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{e\mu}^* & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon_{e\tau}^* & \epsilon_{\mu\tau}^* & \epsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}. \quad (208)$$

Efektywny Hamiltonian  $\hat{H}$  (206) można zdiagonalizować przez unitarną transformację

$$\hat{H} = \frac{1}{2E} \tilde{U} \text{diag}(\tilde{m}_1^2, \tilde{m}_2^2, \tilde{m}_3^2) \tilde{U}^\dagger, \quad (209)$$

gdzie  $\tilde{m}_i^2$  ( $i = 1, 2, 3$ ) oznacza efektywną różnicę kwadratów mas (wartości własne), natomiast  $\tilde{U}$  to efektywna macierz mieszania neutrin.

Tak otrzymane efektywne wartości własne oraz macierze mieszania (dla propagacji w materii) pozwalają otrzymać wzór na prawdopodobieństwo oscylacji:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = \left| \sum_{i=1}^3 \tilde{U}_{\alpha i} \tilde{U}_{\beta i}^* e^{-i \frac{\tilde{m}_i^2 L}{2E}} \right|^2. \quad (210)$$

Prawdopodobieństwo to pozwala na określenie tzw. „czułości” (sensitivity) eksperymentów na ograniczenia konkretnych parametrów NSI. Oszacowania takie można znaleźć dla poszczególnych eksperymentów np. K2K [106], OPERA [67], MINOS [105], NO $\nu$ A [107].

W niniejszej rozprawie niestandardowe oddziaływania powstają jako efekt występowania prawoskrętnych neutrin (o naturze Majorany), stąd powyższe ograniczenia nie są brane pod uwagę przy oszacowywaniu parametrów NF.

### 6.1.2 Ograniczenia na parametry części neutralnej NC

Neutralna część Lagrangianów NF (106) ma istotny wpływ tylko podczas propagacji neutrin w materii.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC} = & \frac{-e}{4 \sin \theta_W \cos \theta_W} \left\{ \sum_{i,j} \bar{\nu}_i [ \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^R ] \nu_j Z_\mu + \right. \\ & + \sum_{i,j} \bar{\nu}_i [ (1 - \gamma_5) \eta_L^{N\nu} \Omega_{ij}^{NL} + (1 + \gamma_5) \eta_R^{N\nu} \Omega_{ij}^{NR} ] \nu_j H^0 + \\ & + \sum_{f=e,u,d} \bar{f} [ \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{Nf} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{Nf} ] f Z_\mu + \\ & \left. + \sum_{f=e,u,d} \bar{f} [ (1 - \gamma_5) \eta_L^{Nf} + (1 + \gamma_5) \eta_R^{Nf} ] f H^0 \right\}. \quad (211) \end{aligned}$$

Propagacja w materii ziemskiej jest opisywana efektywnym Hamiltonianem (157), który można otrzymać bezpośrednio z Lagrangianu (211) (zob. uzupełnienia U.3 U.4). Zgodnie z U.1 wpływ części skalarnej tego Lagrangianu jest proporcjonalny do stosunku masy neutrina i jego energii  $\frac{m\nu}{E\nu}$ . Stąd stałe Lagrangianu (106)  $\eta_L^{N\nu} = \eta_R^{N\nu} = \eta_L^{Nf} = \eta_R^{Nf} = 0$  można zaniedbać.

Ponadto stałe związane z fermionami ( $f = \nu, e, u, d$ ) są modyfikowane w następujący sposób (107)

$$\begin{aligned} \varepsilon_L^{Nf} &= 2T_f^3 - 2q_f \sin^2 \theta_W + \delta\varepsilon_L^f, \\ \varepsilon_R^{Nf} &= -2q_f \sin^2 \theta_W + \delta\varepsilon_R^f. \end{aligned} \quad (212)$$

W związku z badaniem wpływu oddziaływań poza Modelem Standardowym można założyć, iż wpływ ten na część występującą w MS jest zanedbywalnie mały. Oznacza to, że przyjmuje się  $\delta\varepsilon_L^\nu = \delta\varepsilon_L^e = \delta\varepsilon_L^u = \delta\varepsilon_L^d = 0$  oraz  $\delta\varepsilon_R^\nu = \delta\varepsilon_R^e = \delta\varepsilon_R^d = 0$ .

W przypadku gdy neutrino są cząstkami Majorany (rozdział 4) efektywny hamiltonian zależy liniowo od stałej  $\varepsilon_R^{N\nu}$ . Ze względu na brak ograniczeń niezależnych od wybranego modelu teoretycznego można oszacować wielkość parametru  $\varepsilon_R^{N\nu}$ , zakładając istnienie dodatkowego neutralnego bozonu pośredniczącego  $Z'$ . Szczegółowy opis teoretycznych modeli z uwzględnieniem dodatkowych bozonów  $Z$  można znaleźć m.in. w [108]. Ograniczenia na masę dodatkowego bozonu istotnie zależą od wyboru modelu. Obecne dane eksperymentalne [109] pozwalają określić dozwoloną masę (na poziomie istotności 95%) w granicach  $M_{Z'} \sim 1$  TeV. Ze względu, iż

$$(\varepsilon_R^{N\nu})^2 \sim (M_Z^{SM}/M_{Z'})^2 \sim (91.1874/1000)^2 \approx 0.00831, \quad (213)$$

można ograniczyć stałą do wartości  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.09 \sim 0.1$ . Dodatkowo w pracy zostanie zbadany wpływ parametru  $\varepsilon_R^{N\nu}$  na poziomie 0.01, tak aby sprawdzić czy bardziej wygórowane ograniczenia na masę dodatkowych bozonów  $Z' \sim 3$  TeV powodują wciąż mierzalny efekt. Oprócz stałej  $\varepsilon_R^{N\nu}$  wpływ posiada również postać macierzy  $\Omega^R$ , którą do obliczeń przyjęto w postaci:

$$\Omega^R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (214)$$

### 6.1.3 Ograniczenia na parametry części naładowanej CC

Lagrangian NF (105) posiada istotny wpływ na proces produkcji i detekcji oraz oscylacji. Należy zatem założyć jednakowy wpływ oddziaływań NF na każdym etapie (zarówno produkcji, oscylacji jak i detekcji).

Lagrangian części naładowanej CC ma postać (rozdział 1):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} = & \frac{-e}{2\sqrt{2}\sin\theta_W} \left\{ \sum_{a,i} \bar{\nu}_i [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L U_{ia}^{L*} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R U_{ia}^{R*}] l_a^m W_\mu^+ + \right. \\ & + \sum_{a,i} \bar{\nu}_i [(1 - \gamma_5)\eta_L V_{ia}^{L*} + (1 + \gamma_5)\eta_R V_{ia}^{R*}] l_a^m H^+ + \\ & + \bar{u} [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^q V_{ud}^* + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^q V_{ud}^*] d W_\mu^+ + \\ & \left. + \bar{u} [(1 - \gamma_5)\tau_L W_{ud}^{L*} + (1 + \gamma_5)\tau_R W_{ud}^{R*}] d H^+ \right\} + h.c., \quad (215) \end{aligned}$$

Wszystkie parametry Lagrangianu (215) można ograniczyć z procesu produkcji, czyli z rozpadu pionu  $\pi^\pm$ .

Obliczając amplitudy rozpadu pionu, wszystkie parametry dotyczące kwarków  $u$  i  $d$  ( $\varepsilon_L^q$ ,  $\varepsilon_R^q$ ,  $\tau_L$ ,  $\tau_R$ ), można wciągnąć w definicję stałych rozpadu pionu  $f_\pi$  (120),  $\tilde{f}_\pi$  (131). Dlatego do obliczeń numerycznych można przyjmując  $\varepsilon_L^q = \varepsilon_R^q = \tau_L = \tau_R = 1$ .

Jedną z najlepszych precyzyjnie mierzonych obserwacji jest wielkość wyrażająca stosunek szerokości połówkowych rozpadu pionu  $\pi^+$  na antyelektron i neutrino elektronowe do rozpadu na antymion i neutrino mionowe :

$$R_{e/\mu}^\pi \equiv \frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e + e^+\nu_e\gamma)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu + \mu^+\nu_\mu\gamma)}. \quad (216)$$

Najbardziej precyzyjne pomiary  $R_{e/\mu}^\pi$  uzyskano w eksperymentach TRIUMF [110] oraz PSI [111], gdzie uśredniając otrzymano [13] :

$$R_{e/\mu}^{EXP} = (1.230 \pm 0.004) \times 10^{-4}. \quad (217)$$

Wykorzystując Lagrangian  $\nu$ SM, można obliczyć  $R_{e/\mu}^{\pi\text{SM}}$  (zob. U. 6.1)

$$R_{e/\mu}^{\pi\text{SM}} = \frac{m_e^2(m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.276 \times 10^{-4}. \quad (218)$$

Uwzględniając poprawki [112], otrzymuje się:

$$R_{e/\mu}^{\pi\text{SM}} = \begin{cases} 1.2352(5) \times 10^{-4} & [113], \\ 1.2354(2) \times 10^{-4} & [114], \\ 1.2352(1) \times 10^{-4} & [115]. \end{cases} \quad (219)$$

Marciano i Sirlin [113] oraz Finkemeier [114] wykorzystali do obliczeń poprawki radiacyjne oraz poprawki QCD, Cirigliano i Rosell [115] użyli natomiast rachunku dwupętlowego w perturbacyjnej teorii chiralnej.

Istnieje duża liczba modeli, w których wielkość ta modyfikowana jest przez oddziaływania spoza MS. Najczęściej istotny wpływ w tych modelach pochodzi od części pseudoskalarnej oddziaływań. Przykładami takich modeli są: teorie z wieloma multipletami bozonów Higgsa, pseudoskalarne leptokwarki w teoriach z dynamicznym łamaniem symetrii, pewne klasy teorii z wektorowymi leptokwarkami oraz teorie SUSY [112] .

Wykonując analogiczne obliczenia, jak w przypadku MS z wykorzystaniem Lagrangianu NF CC (215), można wyznaczyć  $R_{e/\mu}^{\pi,\text{NF}}$  w postaci (zob. U. 6.2):

$$R_{e/\mu}^{\pi,\text{NF}} = R_{e/\mu}^{\pi,\text{SM}} \left( \frac{1 + 2\frac{\tilde{\eta}_R\tilde{f}_\pi}{f_\pi m_e} + \frac{(\tilde{\eta}_R^2 + \tilde{\eta}_L^2)\tilde{f}_\pi^2}{f_\pi^2 m_e^2}}{1 + 2\frac{\tilde{\eta}_R\tilde{f}_\pi}{f_\pi m_\mu} + \frac{(\tilde{\eta}_R^2 + \tilde{\eta}_L^2)\tilde{f}_\pi^2}{f_\pi^2 m_\mu^2}} \right). \quad (220)$$



Przyjmując uniwersalność stałych  $\eta_{L,R}^e = \eta_{L,R}^\mu \equiv \eta_{L,R}$  oraz zaniehbując człony kwadratowe obserwabie  $R_{e/\mu}^{\pi,\text{NF}}$  (220), można przybliżyć do postaci [48]:

$$R_{e/\mu}^{\pi,\text{NF}} \approx R_{e/\mu}^{\pi,\text{SM}} \left( 1 + 2 \frac{\tilde{\eta}_R \tilde{f}_\pi}{f_\pi m_e} - 2 \frac{\tilde{\eta}_R \tilde{f}_\pi}{f_\pi m_\mu} \right), \quad (221)$$

skąd na poziomie istotności  $2\sigma$  można oszacować  $\eta_R$  (zgodnie ze wzorem 16 w [48])

$$-1.07 \times 10^{-2} (-5.3 \times 10^{-3}) < \tilde{\eta}_R \frac{\tilde{f}_\pi}{f_\pi} \left( \frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_\mu} \right) < 2.27 \times 10^{-3} (1.1 \times 10^{-3}), \quad (222)$$

gdzie wartości w nawiasach zawierają jedno pętlowe poprawki z QCD.

Szacując masę naładowanego Higgsga  $m_{H^+} \approx 1 \text{ TeV}$  (wyznaczającą skalę oddziaływań skalarnych), można napisać:

$$-4 \times 10^{-4} (-2 \times 10^{-4}) < \tilde{\eta}_R < 9 \times 10^{-5} (4 \times 10^{-5}). \quad (223)$$

Prawe prądy skalarne ( $\eta_L$ ), można ograniczyć w taki sam sposób otrzymując:

$$-1.07 \times 10^{-2} (-5.3 \times 10^{-3}) < \tilde{\eta}_L^2 \frac{\tilde{f}_\pi^2}{f_\pi^2} \left( \frac{1}{m_e^2} - \frac{1}{m_\mu^2} \right) < 2.27 \times 10^{-3} (1.1 \times 10^{-3}). \quad (224)$$

Co po podstawieniu stałych oraz uwzględnieniu masy dodatkowego Higgsga daje:

$$-1 \times 10^{-7} (-6 \times 10^{-8}) < \tilde{\eta}_L < 2 \times 10^{-8} (1 \times 10^{-8}) \quad (225)$$

Ze względu na ograniczenia eksperymentalne z rozpadu pionu część skalarna oddziaływań może zostać zaniehbana, stąd do obliczeń numerycznych należy założyć  $\eta_R = \eta_L = 0$ .

W uzupełnieniu U 6.2 pokazano, iż parametru  $\varepsilon_R$  nie można ograniczyć z obserwabie  $R_{e/\mu}^{\pi,\text{NF}}$ . Ograniczenie na ten parametr można uzyskać z eksperymentu pomiaru skrętności mionów w rozpadzie pionu [116, 117]. Eksperymenty te wyznaczają wartość skrętności neutrina na  $|h_{\nu_\mu}| > 0.9959$  (90% CL). Wynik ten potwierdzony został również w eksperymentach, gdzie skrętność neutrin badana jest z rozpadu mionów [118].

Skrętność ta wyznaczona została z pomiaru następującej wielkości [117]:

$$\frac{N^- - N^+}{N^- + N^+} = 0,996, \quad (226)$$

gdzie  $N^\pm$  oznacza liczbę neutrin odpowiednio prawo i lewoskrętnych. Dokonując prostych przekształceń powyższe wyrażenie (226) można uprościć do postaci:

$$\frac{N^+}{N^-} = \frac{1 - 0,996}{1 + 0,996} \sim 0,002. \quad (227)$$

Stosunek (227) można wyrazić poprzez stałe z Lagrangianu NF dla prądów naładowanych (105):

$$\frac{N^+}{N^-} \sim \frac{\varepsilon_R^2}{\varepsilon_L^2} \rightarrow |\varepsilon_R/\varepsilon_L| \leq 0.0447. \quad (228)$$

Co przy wartości  $\varepsilon_L = 1$  pozwala oszacować górną granicę parametru  $\varepsilon_R = 0.04$ .

## 6.2 Możliwość obserwacji Nowej Fizyki w eksperymentach oscylacji neutrin

Teoretyczny opis produkcji, oscylacji oraz detekcji neutrin zawarty w rozdziałach od 2 do 4 zostanie wykorzystany, aby wyznaczyć numerycznie przekroje czynne na detekcję w przypadku obecnych (OPERA) oraz planowanych w przyszłości (NO $\nu$ A) eksperymentach akceleratorowych (opisanych w rozdziale 5). Wszystkie obliczenia numeryczne przeprowadzone zostały w programie napisanym przez autora rozprawy z wykorzystaniem programu Mathematica.

Stan wyprodukowanego neutrina (112)  $\varrho_P(\mathbf{p}, L = 0)$ , można wyznaczyć niezależnie od wybranego eksperymentu wykorzystując postać amplitud  $A_i(\mathbf{p}; \lambda_{\mu^+}, \lambda)$  rozpadu pionu  $\pi^+$  w przypadku wszystkich możliwych oddziaływań określonych w równaniach (132) (133).

Biorąc pod uwagę ograniczenia na parametry (rozdział 6.1) do obliczeń, należy przyjąć  $\eta_L = \eta_R = 0$ ,  $\varepsilon_R = 0,04$ . Lewa część modyfikowana jest zgodnie z zachowaniem stałej Fermiego  $G_F$  (oszacowanej z rozpadu mionu)  $\varepsilon_L^4 + \varepsilon_R^4 = 1$ .

Elementy macierzy gęstości (134)(135) można uprościć do postaci:

$$\varrho_P(-1, i; -1, i') = \frac{\varepsilon_L^2}{\varepsilon_L^2 + \varepsilon_R^2} U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L, \quad \varrho_P(+1, i; +1, i') = \frac{\varepsilon_R^2}{\varepsilon_L^2 + \varepsilon_R^2} U_{i\mu}^{R*} U_{i'\mu}^R. \quad (229)$$

Macierz gęstości stanu neutrina otrzymanego w rozpadzie pionu  $\pi^+$  stosowana do obliczeń numerycznych ma postać:

$$\begin{aligned} \varrho_P &= \begin{pmatrix} \varrho_P(+1, i; +1, i') & \varrho_P(+1, i; -1, i') \\ \varrho_P(-1, i; +1, i') & \varrho_P(-1, i; -1, i') \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_R^2}{\varepsilon_L^2 + \varepsilon_R^2} U_{i\mu}^{R*} U_{i'\mu}^R & 0 \\ 0 & \frac{\varepsilon_L^2}{\varepsilon_L^2 + \varepsilon_R^2} U_{i\mu}^{L*} U_{i'\mu}^L \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (230)$$

Ze względu na brak informacji na temat prawej macierzy mieszania neutrin przyjmuje się, iż jej postać jest taka sama jak w przypadku neutrin lewoskrętnych  $U^R = U^L$ . Elementy macierzy mieszania wyznaczą się zgodnie z (80). Wartości poszczególnych kątów i faz podane są w tabeli 4. (rozdział 5.2), przy czym fazę Diraca przyjmuje się  $\delta = 0$ . Warto zauważyć, że postać macierzy gęstości (230) jest identyczna dla neutrin Diraca jak i neutrin Majorany.

Posiadając numerycznie wyznaczoną macierz gęstości produkcji  $\varrho_P(\mathbf{p}, L = 0)$ , można użyć jej do wyznaczenia stanu neutrina w miejscu detektora  $L \neq 0$ . Do tego właśnie celu używa się ewolucji unitarnej zdefiniowanej w rozdziale 3 (139). W przypadku oddziaływań w materii stałe części naładowanej CC przyjmuje się identycznie jak dla procesu produkcji. W przypadku prądów neutralnych istotny wpływ ma tylko stała prawych prądów aksjalno-wektorowych, którą zgodnie z ograniczeniami na parametry przyjmuje się  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$ .

Jak pokazano w rozdziale 3.3 dla oscylacji w materii ziemskiej, w przypadku oddziaływań NF, postać Hamiltonianu zależy od natury neutrin. Istotny wpływ prawych oddziaływań ma miejsce tylko w przypadku neutrin Majorany.

Odległość  $L$  w przypadku eksperymentu OPERA  $L = 730$  km, natomiast w przypadku NO $\nu$ A  $L = 810$  km.

Ostatnim etapem wyznaczenia przekroju czynnego jest zastosowanie otrzymanej macierzy gęstości  $\rho(\mathbf{p}, \lambda, i; \mathbf{p}'\lambda', i'; L \neq 0) =$  do wzoru (191) (rozdział 4.2), gdzie przyjmuje się  $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\sigma_{\nu_{\mu+N} \rightarrow X+\mu^-}^{CC\ exp} = 6.777 \times 10^{-38}$ ,  $\sigma_{\bar{\nu}_{\mu+N} \rightarrow X+\bar{\mu}^+}^{CC\ exp} = 3.334 \times 10^{-38}$ . Procedura numeryczna (dla ustalonej energii neutrina i długości oscylacji) otrzymania błędów systematycznych w programie napisanym przez autora rozprawy przedstawia się następująco:

- Losowanie parametrów oscylacyjnych, przy założeniu, że każdy parametr jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z wartością centralną określoną w tabeli (4) oraz odpowiednio dobranymi odchyleniami,
- skonstruowanie macierzy mieszania z wylosowanych parametrów,
- obliczenie przekroju czynnego (191).

Powyższa procedura powtarzana jest dla pojedynczego punktu 10000 razy, po czym na wykres nanoszone są wartości skrajne. Maksymalna i minimalna wartość przekroju wyznacza przedziały ufności na poziomie ustalonym na początku przeprowadzanych obliczeń numerycznych.

We wszystkich eksperymentach akceleratorowych fizyczną obserwabłą jest liczba zarejestrowanych przypadków. Dokładne oszacowanie tej liczby wymaga uwzględnienia m.in. dokładniejszego rozkładu gęstości materii dla danego eksperymentu oraz szczegółowego opisu reakcji neutrin na jądrach tarczy. Rozprawa ta ma określić w jakich eksperymentach i w jakich warunkach można spodziewać się efektów dodatkowych oddziaływań. Dlatego też, uwaga zostanie skupiona wyłącznie na wyznaczeniu przekroju czynnego na oddziaływanie neutrin w detektorze przy uwzględnieniu procesu produkcji i propagacji w materii ziemskiej.

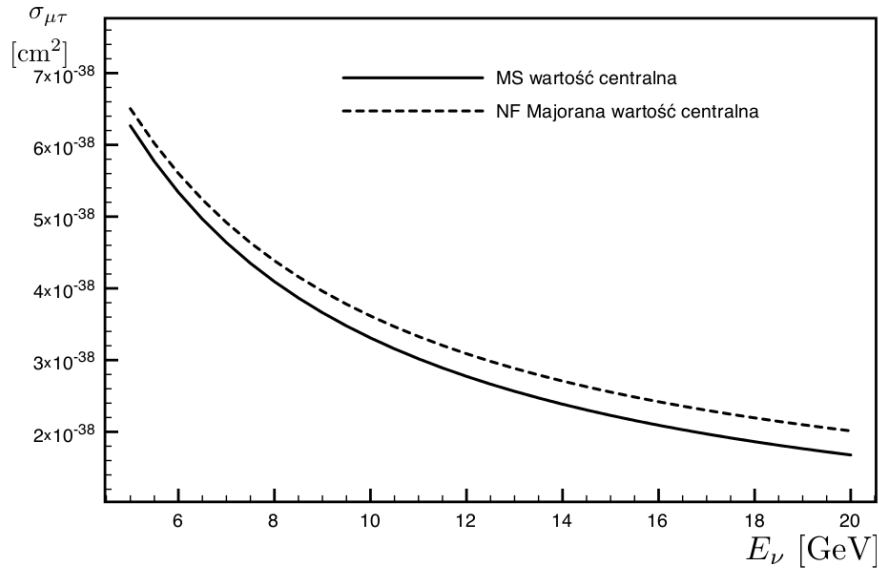
Dokładne oszacowania ilości przypadków w detektorach, w których tarcze opierają się na jądrach otrzymuje się, wykorzystując fenomenologiczne modele jądrowe oraz szeroką klasę generatorów Monte Carlo [119].

### 6.2.1 Eksperyment OPERA

Eksperyment OPERA bada oscylację neutrin mionowych na neutrina taonowe

$$\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\tau}.$$

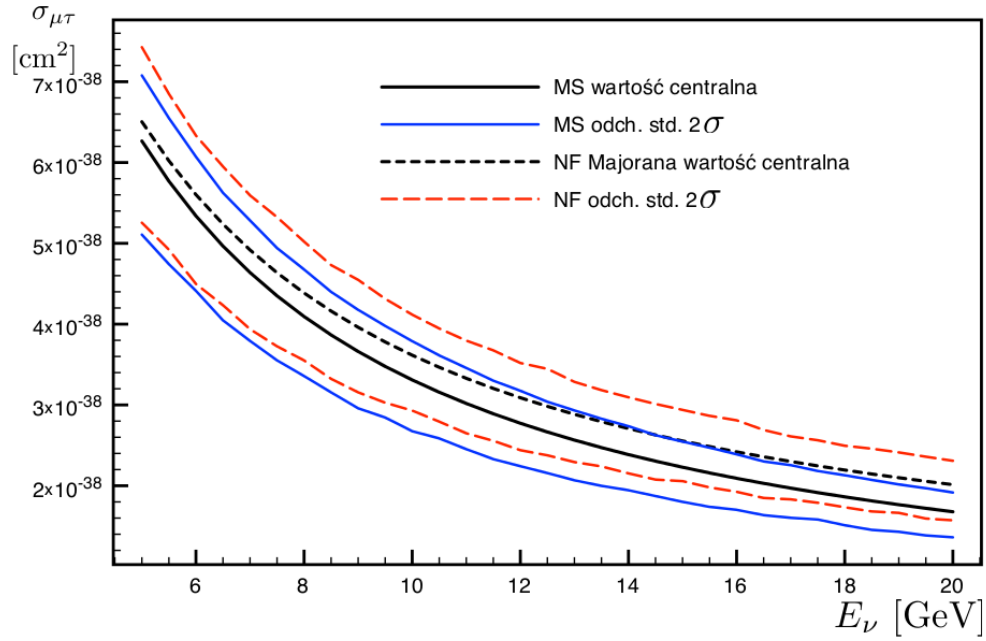
Zgodnie z opisem przedstawionym we wstępie rozdziału 6.2 wykorzystując program Mathematica, oblicza się przekrój czynny w zależności od energii neutrin  $E_{\nu}[\text{GeV}]$  na detekcję neutrina taonowego  $\sigma_{\mu\tau}[\text{cm}^2]$ .



Rysunek 12: Przekroje czynne dla oddziaływań MS i NF w zależności od energii neutrin dla eksperymentu OPERA. Parametry NF  $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$ .

Rysunek 13 przedstawia przekroje czynne oddziaływania neutrin Majorany o zapachu  $\beta = \tau$ , wyprodukowanych z rozpadu pionu  $\pi^+$  i oscylujących w materii ziemskiej o średniej gęstości  $\rho = 3 \text{ g/cm}^3$ , gdzie długość oscylacji wynosi 730 km.

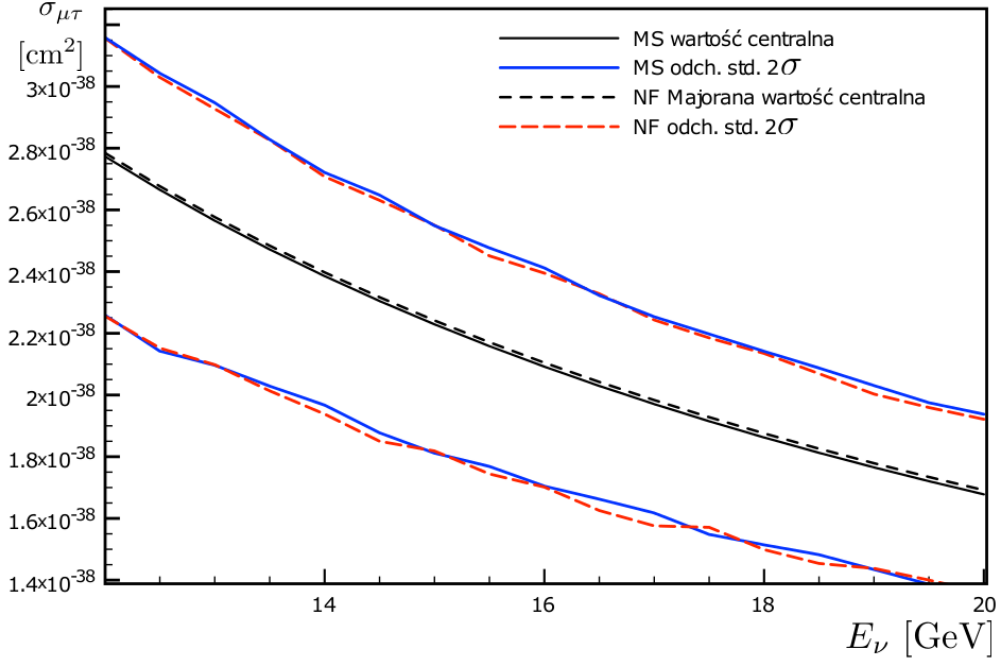
Dla neutrin podlegających oddziaływaniom Modelu Standardowego  $\varepsilon_R = \varepsilon_R^{N\nu} = 0$  wartości przekroju prezentuje czarna, ciągła linia, natomiast oddziaływania Nowej Fizyki  $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$  są reprezentowane przez czarną przerywaną linię. W przypadku oddziaływań MS wykresy dla neutrin Diraca i Majorany są identyczne. Na rysunku 14 zaznaczone zostały przedziały ufności wyznaczone z błędów oszacowania parametrów oscylacyjnych na poziomie  $2\sigma$  zgodnie z tabelą 4 (rozdział 5.2). Czerwone przerywane linie wyznaczają przedziały ufności dla oddziaływań Nowej Fizyki, natomiast ciągła niebieska linia dla oddziaływań Modelu Standardowego.



Rysunek 13: Przekroje czynne na detekcję neutrin taonowych dla oddziaływań MS ( $\varepsilon_R = 0$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0$ ) i NF ( $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$ ) w zależności od energii neutrin wraz z błędami na poziomie  $2\sigma$  dla eksperymentu OPERA.

Pomimo, iż wartości centralne przekroju różnią się znacząco od siebie, błąd (systematyczny) oszacowania parametrów oscylacyjnych uniemożliwia rozróżnienie pomiędzy modelami Modelu Standardowego i Nowej Fizyki. Analiza ilości przypadków zarejestrowanych neutrin wprowadza dodatkowe błędy statystyczne, które w jeszcze większy sposób uniemożliwiają statystyczne rozróżnienie modeli.

Biorąc pod uwagę dokładniejsze eksperymentalne ograniczenia na masy dodatkowych bozonów  $Z'$  można przeanalizować przypadek gdy ograniczy się wpływ prawych prądów neutralnych do  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.01$ .

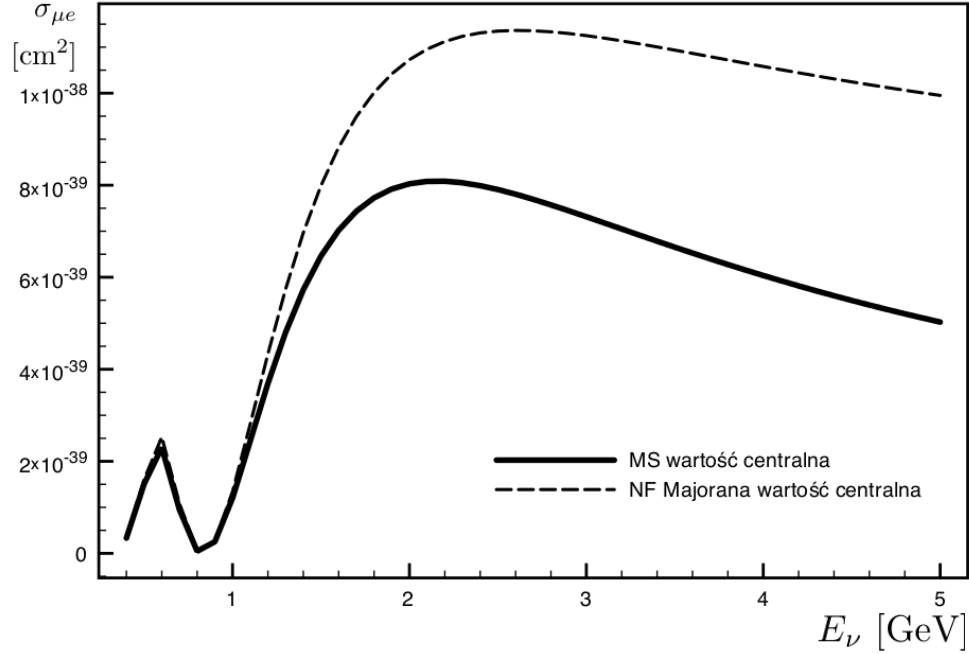


Rysunek 14: Przekroje czynne dla oddziaływań MS ( $\varepsilon_R = 0$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0$ ) i NF ( $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.01$ ) w zależności od energii neutrin wraz z błędami na poziomie  $2\sigma$  dla eksperymentu OPERA.

Rysunek 16 na którym ograniczono parametr  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.01$ , wskazuje jak istotna jest wiedza dotycząca ograniczeń na masy dodatkowych bozonów  $Z'$ . W przypadku gdy ograniczenia na masę  $Z'$  będą  $M_{Z'} > 3$  TeV rozróżnienie modeli w eksperymencie OPERA staje się niemożliwe oraz pozwala ograniczyć opis teoretyczny do oddziaływań  $\nu$ MS. Obecnie w eksperymencie OPERA zarejestrowano 3 przypadki neutrin taonowych. Oszacowanie liczby przypadków dla oddziaływań NF wprowadzi dodatkowe rozszerzenie przedziałów ufności o błąd statystyczny. Ze względu na bardzo małą liczbę przypadków, w eksperymencie OPERA przy obecnych parametrach oscylacyjnych nie ma możliwości stwierdzić występowania oddziaływań poza Modelem Standardowym.

### 6.2.2 Eksperyment $\text{NO}\nu\text{A}$

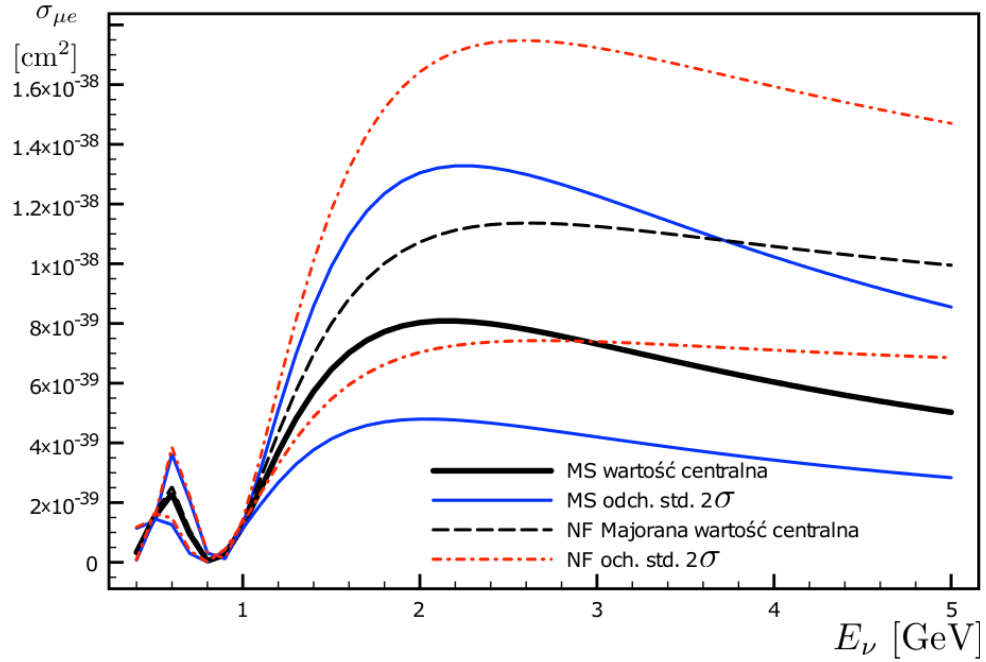
Analiza numeryczna dla eksperymentu  $\text{NO}\nu\text{A}$  w przypadku gdy neutrino oscylowały w kanale  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  pozwala otrzymać następujący wykres:



Rysunek 15: Przekroje czynne dla oddziaływań MS i NF w zależności od energii neutrino dla eksperymentu  $\text{NO}\nu\text{A}$ . Parametry NF  $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$ .

Rysunek 17 przedstawia przekroje czynne dla neutrino Majorany o zapachu  $\beta = e$  wyprodukowanych z rozpadu pionu  $\pi^+$  i oscylujących w materii ziemskiej o średniej gęstości  $\rho = 3 \text{ g/cm}^3$ , gdzie długość oscylacji wynosi 810 km. Dla neutrino podlegających oddziaływaniom Modelu Standardowego  $\varepsilon_R = 0$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu}$  wartości przekroju prezentuje czarna ciągła linia. Oddziaływania Nowej Fizyki -  $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$  prezentuje czarna przerywana linia.

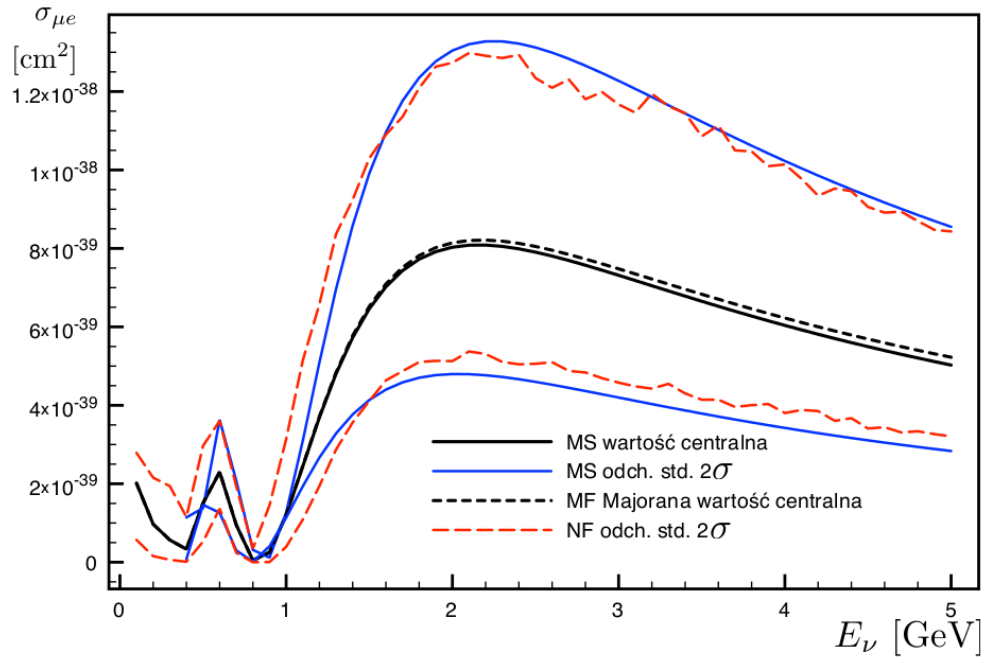
Jak wynika z rysunku 18, przedstawiającego przekroje wraz z błędami systematycznymi na poziomie istotności  $2\sigma$ , pomimo dużej różnicy w wartościach średnich błęd oszacowania kanału elektronowego  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  jest duży, co powoduje przekrywanie się przedziałów ufności oznaczonych przez czerwone (dla oddziaływań NF) i niebieskie linie (dla oddziaływań MS). Wynika to bezpośrednio ze stosunku  $E/L$ , który dla eksperymentu  $\text{NO}\nu\text{A}$   $\simeq 10^{-3}$  eV oraz z różnicy kwadratów mas  $\Delta m_{21}^2 \sim 10^{-5}$  eV.



Rysunek 16: Przekroje czynne dla oddziaływań MS ( $\varepsilon_R = 0$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0$ ) i NF ( $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$ ) w zależności od energii neutrina wraz z błędami na poziomie  $2\sigma$  dla eksperymentu  $\text{NO}\nu\text{A}$ .



Ograniczając wpływ prawych prądów neutralnych do  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.01$ , otrzymuje się następujący rysunek:



Rysunek 17: Przekroje czynne na oddziaływanie neutrin elektronowych dla oddziaływań MS ( $\varepsilon_R = 0$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0$ ) i NF ( $\varepsilon_R = 0.04$ ,  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.01$ ) w zależności od energii neutrina wraz z błędami na poziomie  $2\sigma$  dla eksperymentu  $\text{NO}\nu\text{A}$ .

Podobnie jak ma to miejsce w przypadku eksperymentu OPERA (zob. rozdział 6.2.1), duże ograniczenia uniemożliwiają weryfikację modeli z oddziaływaniami Nowej Fizyki.

## Wnioski

Zadziwiający i czysto kwantowy efekt oscylacji neutrin jawnie wskazuje na konieczność rozszerzenia sektora leptonowego w Modelu Standardowym. Najczęściej stosowanymi rozszerzeniami MS są modele z masowymi neutrinami, w których struktura oddziaływań neutrin pozostaje niezmienną (tzw. modele  $\nu$ MS). Oczywiście staje się pytanie nie tylko o charakter i pochodzenie masy neutrin, ale również o to, czy cząstki te mogą oddziaływać w sposób inny niż przewiduje to MS.

Niniejsza praca zawiera teoretyczny opis oddziaływań neutrin akceleratorowych z uwzględnieniem ich niestandardowych oddziaływań. Wpływ Nowej Fizyki porównany został do wyników otrzymywanych w przypadku oddziaływań MS. Ponadto rozprawa ta opisuje wpływ NF na każdy etap eksperymentów oscylacyjnych, tj. produkcję, propagację w materii oraz detekcję. Zbadano również jaki wpływ na nowe oddziaływania ma natura neutrin. W przypadku oddziaływań MS zarówno produkcja, oscylacja jak i detekcja są identyczne dla neutrin Diraca i Majorany. Sytuacja ta zmienia się gdy w grę wchodzi dodatkowe, prawoskrętne oddziaływania. W przypadku neutrin Diraca modele opisane w pracy uwzględniają pojawienie się niewielkiej ilości prawych neutrin. Ilość takich prawoskrętnych cząstek jest proporcjonalna do kwadratu stałej  $\varepsilon_R$ , co w połączeniu z dość ostrymi ograniczeniami  $\sim 0.01$  (przy obecnym poziomie błędów parametrów oscylacyjnych) uniemożliwia nam skuteczne wyznaczenie efektów pochodzących od niestandardowych oddziaływań. Wpływ NF w procesie produkcji, dla neutrin Diraca jest proporcjonalny do  $\varepsilon_R^2$ . W przypadku oscylacji w materii dla lewoskrętnych neutrin dodatkowe oddziaływania pochodzą tylko od prądów skalarnych (CC), które ze względu na bardzo duże ograniczenia ( $\sim 10^{-4}$ ) można zaniedbać. Ograniczenia na parametry skalarnie zostały wyprowadzone przez autora rozprawy z obecnych danych dotyczących pomiaru stosunku rozpadu pionu na elektron (i odpowiednie neutrino elektronowe) do szerokości rozpadu pionu na mion (rozdział 6.1.2)

$$R_{e/\mu}^\pi \equiv \frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)}. \quad (231)$$

Wpływ oddziaływań poza MS, zarówno w produkcji jak i oscylacji tłumiony jest również ze względu na typ oddziaływań (CC) w procesie detekcji neutrin. Wynika stąd, iż w przypadku gdy neutrina mają charakter cząstek Diraca, ze względu na silne ograniczenia eksperymentalne w obecnych jak i w przyszłych eksperymentach oscylacyjnych, stwierdzenie oddziaływań NF będzie bardzo trudne lub wręcz niemożliwe. Natomiast do teoretycznego opisu eksperymentów wystarczające okażą się oddziaływania Modelu Standardowego.

Sytuacja może ulec zmianie, gdy neutrina przybierają charakter cząstek Majorany. Proces produkcji (rozpad  $\pi^+$ ), ze względu na występowanie tylko jednego neutrina w amplitudach, prowadzi do jednakowej postaci macierzy gęstości produkcji, zarówno dla neutrin Diraca jak i Majorany. Podobnie sytuacja wygląda w procesie rozpraszania neutrin na nukleonach. Jak pokazano w pracy, cząstki Majorany w inny sposób niż cząstki Diraca „czują” efektywne potencjały materii ziemskiej, w której się propagują. W przypadku neutrin Majorany efektywny Hamiltonian oddziaływania jest modyfikowany

(w stosunku do przypadku dla neutrin Diraca) przez dodatkowy wpływ prawych prądów neutralnych definiowanych przez stałą  $\varepsilon_R^{N\nu}$ . Obecny stan wiedzy teoretycznej i eksperymentalnej pozwala oszacować ten parametr tylko w ramach modeli, w których pojawiają się dodatkowe neutralne bozony  $Z'$ . Doświadczalne dane wskazują na dolne ograniczenie na masę takich bozonów, która mieści się w przedziałach od kilkuset GeV do kilku TeV. W rozprawie tej przyjmuje się, iż parametr opisujący neutralne prądy prawe wynosi  $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$ . Wpływ tego parametru na oscylację istotnie zależy od energii neutrin  $E_\nu$  oraz długości ich propagacji  $L$ . Wyniki otrzymane w rozdziale 6 niniejszej rozprawy wskazują, że przy obecnych (ale również i planowanych w najbliższej przyszłości) eksperymentach, gdzie źródłem neutrin są akceleratory, wpływ prawych prądów neutralnych może być ważny, jednakże nieznaną wartość parametrów oscylacyjnych wciąż nie daje możliwości pewnego stwierdzenia czy i jakiego typu oddziaływania poza Modelem Standardowym są możliwe do zaobserwowania. W sytuacji, gdy parametr  $\varepsilon_R^{N\nu}$  ograniczy się do rzędu  $\sim 0.01$  rozróżnienie modeli będzie bardzo trudne lub nawet niemożliwe. W przypadku eksperymentów OPERA i NO $\nu$ A wpływ na słabą możliwość weryfikacji modeli ma również niewielka długość oscylacji, która wynosi  $< 1000$  km, co wskazuje jak bardzo istotne stają się poszukiwanie nowych miejsc dla większych i przy dłuższej odległości propagacji detektorów. Eksperymentalne potwierdzenie sygnału o istnieniu dodatkowych oddziaływań pozwoliłoby jednoznacznie określić naturę neutrin. Miałoby to ogromny wpływ na wybór mechanizmu generowania masy neutrin oraz wybór mechanizmów rozszerzających Model Standardowy nie tylko w zakresie oddziaływań.

## Uzupełnienia

### U.1 Efektywny Hamiltonian oddziaływania neutrin z materią

Najbardziej ogólny efektywny, Lorentzowsko niezmienniczy Hamiltonian opisujący oddziaływanie neutrina z cząstkami materii ma postać [61]:

$$\mathcal{H}^{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{f=e,p,n} \sum_{i,j} \sum_a (\bar{\nu}_i \Gamma^a \nu_j) \left[ \bar{f} \Gamma_a \left( g_{fa}^{ij} + \bar{g}_{fa}^{ij} \gamma_5 \right) f \right], \quad (232)$$

gdzie indeks  $a = S, P, V, A, T$  dla  $\Gamma^a = \{I, \gamma_5, \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma_5, \sigma^{\mu\nu}\}$ ,  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ .

Ze względu na fakt obliczeń w układzie spoczynkowym materii ziemskiej można wykorzystać spinory w postaci:

$$u(\mathbf{p}, h) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{E+h|\mathbf{p}|}{2E}} \chi(\mathbf{p}, h) \\ \sqrt{\frac{E-h|\mathbf{p}|}{2E}} \chi(\mathbf{p}, h) \end{pmatrix} \quad (233)$$

dla których  $u^\dagger u = 1$ .

Korzystając z rozkładu pól dla neutrin (np. (10) dla neutrin Diraca), można obliczyć wielkości  $\bar{u}_i \Gamma^a u_j$  [3, 33]:

- Dla  $\Gamma^a = I$  :

$$\bar{u}_i(\lambda) u_j(\lambda) = \frac{m_i + m_j}{2E} + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^3\right), \quad \bar{u}_i(\lambda) u_j(-\lambda) = 0, \quad (234)$$

- Dla  $\Gamma^a = \gamma^5$  :

$$\bar{u}_i(\lambda) \gamma^5 u_j(\lambda) = \lambda \frac{m_i - m_j}{2E} + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^3\right), \quad \bar{u}_i(\lambda) \gamma^5 u_j(-\lambda) = 0, \quad (235)$$

- Dla  $\Gamma^a = \gamma^\mu$  :

$$\begin{aligned} \bar{u}_i(\lambda) \gamma^\mu u_j(\lambda) &= n^\mu + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^2\right), \\ \bar{u}_i(-1) \gamma^\mu u_j(+1) &= -[\bar{u}_i(+1) \gamma^\mu u_j(-1)]^* = m^\mu \frac{m_i - m_j}{2E} + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^3\right), \end{aligned} \quad (236)$$

- Dla  $\Gamma^a = \gamma^\mu \gamma_5$  :

$$\begin{aligned} \bar{u}_i(\lambda) \gamma^\mu \gamma_5 u_j(\lambda) &= \lambda n^\mu + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^2\right), \\ \bar{u}_i(-1) \gamma^\mu \gamma_5 u_j(+1) &= [\bar{u}_i(+1) \gamma^\mu \gamma_5 u_j(-1)]^* = m^\mu \frac{m_i + m_j}{2E} + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^3\right) \end{aligned} \quad (237)$$

- Dla  $\Gamma^a = \sigma^{\mu\nu}$  :

$$\begin{aligned}
\bar{u}_i(\lambda)\sigma^{0k}u_j(\lambda) &= i n^k \frac{m_i - m_j}{2E} + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^3\right), \\
\bar{u}_i(\lambda)\sigma^{kl}u_j(\lambda) &= \lambda \varepsilon^{klr} n^r \frac{m_i + m_j}{2E} + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^3\right), \\
\bar{u}_i(-1)\sigma^{0k}u_j(+1) &= [\bar{u}_i(+1)\sigma^{0k}u_j(-1)]^* = i m^k + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^2\right), \\
\bar{u}_i(-1)\sigma^{kl}u_j(+1) &= [\bar{u}_i(+1)\sigma^{kl}u_j(-1)]^* = \varepsilon^{klr} m^r + 0\left(\left(\frac{m}{E}\right)^2\right),
\end{aligned} \tag{238}$$

gdzie  $n^\mu = (1, \mathbf{n})$ ,  $\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$  wyznacza kierunek neutrina,  $m^\mu = (0, \mathbf{m})$  z  $\mathbf{m} = (\cos \theta \cos \varphi - i \sin \varphi, \cos \theta \sin \varphi + i \cos \varphi, -\sin \theta)$  ortogonalne do  $\mathbf{n}$  i zdefiniowane z dokładnością do globalnej niefizycznej fazy.

Wykorzystując powyższe związki (234 - 238), nie trudno zauważyć, iż w przypadku relatywistycznych neutrin rozpraszanych w przód człon skalarny  $S$  oraz pseudoskalarny  $P$  mogą być zaniedbane (proporcjonalne do  $\frac{m\nu}{E\nu}$ ). Człony tensorowe  $T$ , wpływające na diagonalne składowe Hamiltonianu, są również proporcjonalne do  $\frac{m\nu}{E\nu}$ . Uwzględnienie antydiagonalnych członów tensorowych złamałoby koherentne dodawanie amplitud w przypadku uśrednionego potencjału. Własności te pozwalają ograniczyć efektywny Hamiltonian (232) tylko od części wektorowej  $V$  i aksjalnej  $A$  i nadać mu postać wykorzystywaną w rozdziale 4:

$$\mathcal{H}^{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} \sum_{f=e,n,p} \sum_{a=V,A} (\bar{\nu}_i \Gamma^a \nu_j) \left[ \bar{f} \Gamma_a \left( g_{fa}^{ij} + \bar{g}_{fa}^{ij} \gamma_5 \right) f \right]. \tag{239}$$

## U.2 Transformacja Fierz'a

Przy użyciu czterech pól Diraca (10)  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$  można utworzyć pięć następujących Lagrangianów oddziaływania (skalary Lorentzowskie):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_S(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) &= (\bar{\psi}_1 \psi_2)(\bar{\psi}_3 \psi_4), \\
\mathcal{L}_P(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) &= (\bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_2)(\bar{\psi}_3 \gamma_5 \psi_4), \\
\mathcal{L}_V(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) &= (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2)(\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \psi_4), \\
\mathcal{L}_A(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) &= (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \gamma_5 \psi_2)(\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_4), \\
\mathcal{L}_T(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) &= (\bar{\psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2)(\bar{\psi}_3 \sigma_{\mu\nu} \psi_4).
\end{aligned} \tag{240}$$

Korzystając z własności macierzy  $\gamma^\mu$ , można wyrazić każdy Lagrangian (240) jako liniową kombinację podobnych Lagrangianów, dla których pola  $\psi_4$  i  $\psi_2$  zamieniono miejscami, tzn.:

$$\mathcal{L}_a(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = \sum_{b=S,P,V,A,T} C_{ab} \mathcal{L}_b(\psi_1, \psi_4, \psi_3, \psi_2), \quad (241)$$

gdzie współczynniki  $C_{ab}$ , które można obliczyć z macierzy  $\gamma^\mu$ , dane są przez [3]:

$$C = \begin{pmatrix} & S & P & V & A & T \\ S & -1/4 & -1/4 & -1/4 & 1/4 & -1/8 \\ P & -1/4 & -1/4 & 1/4 & -1/4 & -1/8 \\ V & -1 & 1 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ A & 1 & -1 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ T & -3 & -3 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}. \quad (242)$$

Interesują nas Lagrangiany typu:

$$\mathcal{L} = \bar{\nu}_i \Gamma^a (1 \pm \gamma_5) l_\alpha \bar{l}_\beta \Gamma_a (1 \pm \gamma_5) \nu_j, \quad (243)$$

dla  $\Gamma^a = 1, \gamma^\mu$  ( $a = S, V$ ). Definiując dodatkowo  $\tilde{\Gamma}^a = \Gamma^a \gamma_5$  powyższy Lagrangian (243), można rozpisać w postaci:

$$\mathcal{L} = \bar{\nu}_i \Gamma^a l_\alpha \bar{l}_\beta \Gamma_a \nu_j + \bar{\nu}_i \tilde{\Gamma}^a l_\alpha \bar{l}_\beta \tilde{\Gamma}_a \nu_j \pm \left( \bar{\nu}_i \Gamma^a \gamma_5 l_\alpha \bar{l}_\beta \Gamma_a \nu_j + \bar{\nu}_i \tilde{\Gamma}^a \gamma_5 l_\alpha \bar{l}_\beta \tilde{\Gamma}_a \nu_j \right), \quad (244)$$

skąd korzystając z (242) w łatwy sposób, otrzymuje się następujące tożsamości:

- Dla  $\Gamma^a = \gamma^\mu$

$$\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 \pm \gamma_5) l_\alpha \bar{l}_\beta \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) \nu_j = \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 \pm \gamma_5) \nu_j \bar{l}_\beta \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) l_\alpha, \quad (245)$$

$$\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 \pm \gamma_5) l_\alpha \bar{l}_\beta \gamma_\mu (1 \mp \gamma_5) \nu_j = -2 \bar{\nu}_i (1 \mp \gamma_5) \nu_j \bar{l}_\beta (1 \pm \gamma_5) l_\alpha, \quad (246)$$

- Dla  $\Gamma^a = 1$

$$\begin{aligned} & \bar{\nu}_i (1 \pm \gamma_5) l_\alpha \bar{l}_\beta (1 \pm \gamma_5) \nu_j = \\ & = -\frac{1}{2} \bar{\nu}_i (1 \pm \gamma_5) \nu_j \bar{l}_\beta (1 \pm \gamma_5) l_\alpha - \frac{1}{4} \bar{\nu}_i \sigma^{\mu\nu} \nu_j \bar{l}_\beta \sigma_{\mu\nu} (1 \pm \gamma_5) l_\alpha, \end{aligned} \quad (247)$$

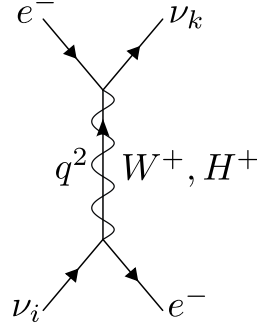
$$\bar{\nu}_i (1 \pm \gamma_5) l_\alpha \bar{l}_\beta (1 \mp \gamma_5) \nu_j = -\frac{1}{2} \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 \mp \gamma_5) \nu_j \bar{l}_\beta \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) l_\alpha. \quad (248)$$

### U.3 Efektywny Hamiltonian wyrażony przez Lagrangiany Nowej Fizyki

Należy obliczyć koherentne rozpraszanie neutrin w przód na cząstkach  $f = e, p, n$

$$\nu_i + f \rightarrow \nu_k + f. \quad (249)$$

W części naładowanej bierze udział tylko neutrino elektronowe  $\nu_e$ , które będzie rozpraszane na elektronach materii ziemskiej. Korzystając z lagrangianu CC (zob. rozdział 1.4 (105)) na poziomie drzewowym rozpraszanie te przedstawia diagram:



Rysunek 18: Rozpraszanie neutrin w materii ziemskiej przez prądy naładowane CC dla oddziaływań z  $W^+$  i  $H^+$

Do analizy procesu przedmiotem zainteresowań staje się tylko część Lagrangianu (105) dla  $l_a^m = e_1$  (w przypadku, gdy nie prowadzi to do konfliktu oznaczeń (nie występuje ładunek elektryczny  $e$ ) będzie się również stosować  $l_a^m = e_1 = e$ ) w postaci:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} &= \frac{-e}{2\sqrt{2}\sin\theta_W} \left\{ \sum_i \bar{\nu}_i [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L U_{ie}^{L*} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R U_{ie}^{R*}] e_1 W_\mu^+ \right. \\ &+ \left. \sum_i \bar{\nu}_i [(1 - \gamma_5) \eta_L V_{ie}^{L*} + (1 + \gamma_5) \eta_R V_{ie}^{R*}] e_1 H^+ \right\} + h.c. = \\ &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} (J^{C\mu-} W_\mu^+ + J^{S-} H^+ + J^{C\mu+} W_\mu^- + J^{S+} H^-). \end{aligned} \quad (250)$$

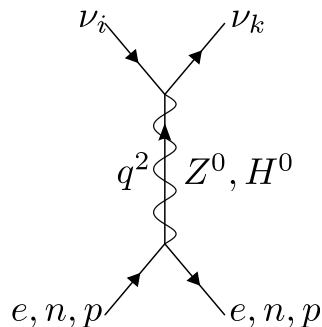
gdzie  $g = \frac{e}{\sin\theta_W}$ ,  $(W^+)^\dagger = W^-$ ,  $(H^+)^\dagger = H^-$ , oraz

$$J^{C\mu-} = \sum_i \bar{\nu}_i [\gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L U_{ie}^{L*} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R U_{ie}^{R*}] e_1, \quad J^{C\mu+} = (J^{C\mu-})^\dagger, \quad (251)$$

natomiast

$$J^{S-} = \sum_i \bar{\nu}_i [(1 - \gamma_5) \eta_L V_{ie}^{L*} + (1 + \gamma_5) \eta_R V_{ie}^{R*}] e_1, \quad J^{S+} = (J^{S-})^\dagger. \quad (252)$$

Poprzez prądy neutralne oddziaływać będą wszystkie trzy neutrina  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ , które będą rozpraszane na elektronach oraz protonach i neutronach. Uwzględniając efektywny Lagrangian NC (patrz rozdział 1.4 (106)), rozpraszanie to jest reprezentowane przez diagram przedstawiony na poniższym rysunku:



Rysunek 19: Rozpraszanie neutrin w materii ziemskiej przez prądy neutralne NC dla oddziaływań z  $Z^0$  i  $H^0$

Części skalarna i pseudoskalarna ( $S \pm P$ ) oddziaływań mogą zostać zaniedbane (proporcjonalne do czynnika  $\frac{m_\nu}{E_\nu}$  – zob. uzupełnienia U.1). Oznacza to, iż w propagacji przez materię ziemską efektywny lagrangian (106) można zapisać jako:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC} &= -\frac{e}{4 \sin \theta_W \cos \theta_W} \left\{ \sum_{i,j} \bar{\nu}_i [ \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^R ] \nu_j Z_\mu + \right. \\ &+ \left. \sum_{f=e,n,p} \bar{f} [ \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{Nf} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{Nf} ] f Z_\mu \right\} = \\ &= -\frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} J^{N\mu} Z_\mu. \end{aligned} \quad (253)$$

gdzie

$$\begin{aligned} J^{N\mu} &= \sum_{i,j} \bar{\nu}_i [ \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^R ] \nu_j \\ &+ \sum_{f=e,n,p} \bar{f} [ \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \varepsilon_L^{Nf} + \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \varepsilon_R^{Nf} ] f. \end{aligned} \quad (254)$$

Stałe  $\varepsilon_L^{Nf}$ ,  $\varepsilon_R^{Nf}$  odnoszą się do elektronu i nukleonów w materii ziemskiej.

Aby przejść do oddziaływania czterofermionowego, propagatory wyznacza się dla zerowej wartości przekazu czteropędu

$$\langle 0 | W_\mu^- W^{+\nu} | 0 \rangle \rightarrow \frac{i g_{\mu\nu}}{M_W^2}, \quad \langle 0 | Z_\mu Z^\mu | 0 \rangle \rightarrow \frac{i g_{\mu\nu}}{M_Z^2} \quad \text{oraz} \quad \langle 0 | H^- H^+ | 0 \rangle \rightarrow \frac{-i}{M_H^2}$$

co w efekcie daje ich bardzo prostą postać.



Postępując w standardowy sposób cały Lagrangian staje się kontrakcją prądów:

- wektorowych

$$\mathcal{L}_{CC}^{\text{int}V,A} = i \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^2 \frac{i}{M_W^2} J^{C\mu-} J_\mu^{C+} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J^{C\mu-} J_\mu^{C+}, \quad (255)$$

- skalarnych

$$\mathcal{L}_{CC}^{\text{int}S,P} = i \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^2 \frac{-i}{M_H^2} J^{S-} J^{S+} = \frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2} M_H^2} J^{S-} J^{S+}. \quad (256)$$

- neutralnych

$$\mathcal{L}_{NC}^{\text{int}} = \left( \frac{-e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} \right)^2 \left( \frac{i}{M_Z^2} \right) J^{N\mu} J_\mu^N = -\frac{2G_F}{\sqrt{2}} \rho J^{N\mu} J_\mu^N, \quad (257)$$

gdzie  $G_F = \frac{\sqrt{2}g^2}{8M_W^2}$ ,  $g^2 = \frac{e^2}{\sin^2 \theta_W}$  oraz  $\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_w} \approx 1$ .

Dokonując transformacji Fierz'a lagrangianów CC (255), (256) oraz dodając lagrangian NC (257), można wyznaczyć Hamiltonian  $\mathcal{H}^{\text{eff}}$  (157):

$$\mathcal{H}^{\text{eff}} = -\mathcal{L}^{\text{int}}, \quad (258)$$

gdzie

$$\mathcal{L}^{\text{int}} = \mathcal{L}_{CC}^{\text{int}V,A} + \mathcal{L}_{CC}^{\text{int}S,P} + \mathcal{L}_{NC}^{\text{int}}. \quad (259)$$

#### U.4 Wyznaczanie macierzy $g_{fa}$ i $\bar{g}_{fa}$ dla efektywnego Hamiltonianu $\mathcal{H}^{\text{eff}}$

W uzupełnieniu U.3 pokazano jak za pomocą lagrangianów Nowej Fizyki (105) (106) opisać koherentne rozpraszanie w przód  $\nu_i + f \rightarrow \nu_j + f$ . Podobnie jak zostało to omówione w rozdziale 3 takie rozpraszanie opisywane jest (zob z U.1) za pomocą efektywnego Hamiltonianu [61] w postaci (239):

$$\mathcal{H}^{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} \sum_{f=e,n,p} \sum_{a=V,A} (\bar{\nu}_i \Gamma^a \nu_j) \left[ \bar{f} \Gamma_a \left( g_{fa}^{ij} + \bar{g}_{fa}^{ij} \gamma_5 \right) f \right]. \quad (260)$$

Aby uprościć wyprowadzenie macierzy  $g_{fa}^{ij}$  i  $\bar{g}_{fa}^{ij}$  zapisuje się je w postaci:

$$\begin{aligned} g_{fV}^{ij} &= (g_{fV}^L)_{ij} + (g_{fV}^R)_{ij}, & \bar{g}_{fV}^{ij} &= (\bar{g}_{fV}^L)_{ij} + (\bar{g}_{fV}^R)_{ij}, \\ g_{fA}^{ij} &= (g_{fA}^L)_{ij} + (g_{fA}^R)_{ij}, & \bar{g}_{fA}^{ij} &= (\bar{g}_{fA}^L)_{ij} + (\bar{g}_{fA}^R)_{ij}. \end{aligned} \quad (261)$$

Zgodnie ze wzorami (258) oraz (259) Hamiltonian podzielić można na trzy części stąd stałe (zarówno lewe jak i prawe) również wyraża się przez trzy części:

$$\begin{aligned} g_{fV}^L &= g_f^{WL} + g_f^{HL} + g_f^{NL}, & g_{fV}^R &= g_f^{WR} + g_f^{HR} + g_f^{NR}, \\ \bar{g}_{fV}^L &= -g_f^{WL} - g_f^{HL} + \bar{g}_f^{NL}, & \bar{g}_{fV}^R &= g_f^{WR} + g_f^{HR} + \bar{g}_f^{NR}, \\ g_{fA}^L &= g_f^{WL} - g_f^{HL} - \bar{g}_f^{NL}, & g_{fA}^R &= g_f^{WR} - g_f^{HR} + \bar{g}_f^{NR}, \\ \bar{g}_{fA}^L &= -g_f^{WL} + g_f^{HL} - g_f^{NL}, & \bar{g}_{fA}^R &= g_f^{WR} - g_f^{HR} + g_f^{NR}. \end{aligned} \quad (262)$$

## Część wektorowa z wymianą $W^\pm$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{CC}^{\text{int}V,A} &= -\mathcal{L}_{CC}^{\text{int}V,A} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J^{\text{c}\mu-} J_\mu^{\text{c}+} = \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} \left\{ |\varepsilon_L|^2 U_{ie}^{L*} U_{je}^L (\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e) (\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_j) + \right. \\
&+ |\varepsilon_R|^2 U_{ie}^{R*} U_{je}^R (\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 + \gamma_5) e) (\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_j) + \\
&+ \varepsilon_L \varepsilon_R^* U_{ie}^{L*} U_{je}^R (\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e) (\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_j) + \\
&+ \left. \varepsilon_R \varepsilon_L^* U_{ie}^{R*} U_{je}^L (\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 + \gamma_5) e) (\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_j) \right\} = \\
&= \text{tr. Fierz'a (245),(246)} = \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} \left\{ |\varepsilon_L|^2 U_{ie}^{L*} U_{je}^L (\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_j) (\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e) + \right. \\
&+ |\varepsilon_R|^2 U_{ie}^{R*} U_{je}^R (\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \nu_j) (\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e) + \\
&- 2\varepsilon_L \varepsilon_R^* U_{ie}^{L*} U_{je}^R (\bar{\nu}_i (1 + \gamma_5) \nu_j) (\bar{e} (1 - \gamma_5) e) + \\
&- \left. 2\varepsilon_R \varepsilon_L^* U_{ie}^{R*} U_{je}^L (\bar{\nu}_i (1 - \gamma_5) \nu_j) (\bar{e} (1 + \gamma_5) e) \right\}. \tag{263}
\end{aligned}$$

Pomijając części skalarne  $S$  i pseudoskalarne  $P$  (proporcjonalne do  $\frac{m\nu}{E_\nu}$ ) można uporządkować otrzymany Hamiltonian do postaci:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{CC}^{\text{int}V,A} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} \left\{ (\bar{\nu}_i \gamma^\mu \nu_j) \left[ \bar{e} \gamma_\mu \left( (|\varepsilon_L|^2 U_{ie}^{L*} U_{je}^L + |\varepsilon_R|^2 U_{ie}^{R*} U_{je}^R) + \right. \right. \right. \\
&+ \left. \left. (-|\varepsilon_L|^2 U_{ie}^{L*} U_{je}^L + |\varepsilon_R|^2 U_{ie}^{R*} U_{je}^R) \gamma_5 \right) e \right] + \\
&+ (\bar{\nu}_i \gamma^\mu \gamma_5 \nu_j) \left[ \bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 \left( (|\varepsilon_L|^2 U_{ie}^{L*} U_{je}^L + |\varepsilon_R|^2 U_{ie}^{R*} U_{je}^R) + \right. \right. \\
&+ \left. \left. (-|\varepsilon_L|^2 U_{ie}^{L*} U_{je}^L + |\varepsilon_R|^2 U_{ie}^{R*} U_{je}^R) \gamma_5 \right) e \right], \tag{264}
\end{aligned}$$

gdzie po rozłożeniu macierzy  $g_{fa}^{ij}$  i  $\bar{g}_{fa}^{ij}$  na część lewą i prawą zgodnie z (261) (262) otrzymuje się:

$$(g_e^{WL})_{ij} = |\varepsilon_L|^2 U_{ie}^{L*} U_{je}^L, \quad (g_e^{WR})_{ij} = |\varepsilon_R|^2 U_{ie}^{R*} U_{je}^R. \tag{265}$$

Dla pozostałych fermionów materii ziemskiej  $f = n, p$  macierze  $(g_f^{WL})_{ij} = (g_f^{WR})_{ij} = 0$ .

### Część skalarna z wymianą $H^\pm$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{CC}^{\text{int } S,P} &= -\mathcal{L}_{CC}^{\text{int } S,P} = -\frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2} M_H^2} J^{\text{sc}-} J^{\text{sc}+} = & (266) \\
&= -\frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2} M_H^2} \sum_{i,j} \left\{ |\eta_L|^2 V_{ie}^{L*} V_{je}^L (\bar{\nu}_i (1 - \gamma_5) e) (\bar{e} (1 - \gamma_5) \nu_j) + \right. \\
&\quad + |\eta_R|^2 V_{ie}^{R*} V_{je}^R (\bar{\nu}_i (1 + \gamma_5) e) (\bar{e} (1 + \gamma_5) \nu_j) + \\
&\quad + \eta_L \eta_R^* V_{ie}^{L*} V_{je}^R (\bar{\nu}_i (1 - \gamma_5) e) (\bar{e} (1 + \gamma_5) \nu_j) + \\
&\quad \left. + \eta_R \eta_L^* V_{ie}^{R*} V_{je}^L (\bar{\nu}_i (1 + \gamma_5) e) (\bar{e} (1 - \gamma_5) \nu_j) \right\} = \\
&= \text{tr. Fierz'a (247),(248)} = \\
&= \frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2} M_H^2} \sum_{i,k} \left\{ \frac{1}{2} |\eta_L|^2 V_{ie}^{L*} V_{je}^L (\bar{\nu}_i (1 - \gamma_5) \nu_j) (\bar{e} (1 - \gamma_5) e) + \right. \\
&\quad + \frac{1}{4} |\eta_L|^2 V_{ie}^{L*} V_{je}^L (\bar{\nu}_i \sigma^{\mu\nu} \nu_j) (\bar{e} \sigma_{\mu\nu} (1 - \gamma_5) e) = \\
&\quad + \frac{1}{2} |\eta_R|^2 V_{ie}^{R*} V_{je}^R (\bar{\nu}_i (1 + \gamma_5) \nu_j) (\bar{e} (1 + \gamma_5) e) + \\
&\quad + \frac{1}{4} |\eta_R|^2 V_{ie}^{R*} V_{je}^R (\bar{\nu}_i \sigma^{\mu\nu} \nu_j) (\bar{e} \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) e) + \\
&\quad + \frac{1}{2} \eta_L \eta_R^* V_{ie}^{L*} V_{je}^R (\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \nu_j) (\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e) + \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \eta_R \eta_L^* V_{ie}^{R*} V_{je}^L (\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_j) (\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e), \right. & (267)
\end{aligned}$$

Pomijając części skalarne  $S$ , pseudoskalarne  $P$  i tensorowe  $T$  (proporcjonalne do  $\frac{m_\nu}{E_\nu}$ ) można uporządkować otrzymany Hamiltonian do postaci:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{CC}^{\text{int } S,P} &= \frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2} M_H^2} \sum_{i,j} \left\{ (\bar{\nu}_i \gamma^\mu \nu_j) \left[ \bar{e} \gamma_\mu \left( \left( \frac{1}{2} \eta_L \eta_R^* V_{ie}^{L*} V_{je}^R + \frac{1}{2} \eta_R \eta_L^* V_{ie}^{R*} V_{je}^L \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left( -\frac{1}{2} \eta_L \eta_R^* V_{ie}^{L*} V_{je}^R + \frac{1}{2} \eta_R \eta_L^* V_{ie}^{R*} V_{je}^L \right) \gamma_5 \right) e \right] + \\
&\quad + (\bar{\nu}_i \gamma^\mu \gamma_5 \nu_j) \left[ \bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 \left( \left( -\frac{1}{2} \eta_L \eta_R^* V_{ie}^{L*} V_{je}^R - \frac{1}{2} \eta_R \eta_L^* V_{ie}^{R*} V_{je}^L \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left( \frac{1}{2} \eta_L \eta_R^* V_{ie}^{L*} V_{je}^R - \frac{1}{2} \eta_R \eta_L^* V_{ie}^{R*} V_{je}^L \right) \gamma_5 \right) e \right]. \right. & (268)
\end{aligned}$$

Analogicznie jak dla części wektorowej z wymianą  $W$ , zgodnie z (261) (262) otrzymuje się:

$$(g_e^{HL})_{ij} = \frac{1}{2} \eta_L \eta_R^* \frac{M_W^2}{M_H^2} V_{ie}^{L*} V_{je}^R, \quad (g_e^{HR})_{ij} = \frac{1}{2} \eta_R \eta_L^* \frac{M_W^2}{M_H^2} V_{ie}^{R*} V_{je}^L. \quad (269)$$

Dla pozostałych fermionów materii ziemskiej  $f = n, p$  macierze  $(g_f^{HL})_{ij} = (g_f^{HR})_{ij} = 0$ .

## Część neutralna z wymianą $Z^0$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{NC}^{\text{int}} &= -\mathcal{L}_{NC}^{\text{int}} = -i \left( \frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} \right)^2 \left( \frac{i}{M_Z^2} \right) J^{NC\mu} J_\mu^{NC} = \frac{2G_F}{\sqrt{2}} \rho J^{NC\mu} J_\mu^{NC} \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\rho}{2} \left\{ \sum_{ij} \sum_{f=e,n,p} \bar{\nu}_i \gamma^\mu \left[ \varepsilon_L^{N\nu} (1 - \gamma_5) \delta_{ij} + \varepsilon_R^{N\nu} (1 + \gamma_5) \Omega_{ij}^R \right] \nu_j \cdot \right. \\
&\quad \times \left. \bar{f} \gamma^\mu \left[ \varepsilon_L^{Nf} (1 - \gamma_5) + \varepsilon_R^{Nf} (1 + \gamma_5) \right] f \right\} = \tag{270} \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\rho}{2} \sum_{ij} \left\{ (\bar{\nu}_i \gamma^\mu \nu_j) \left[ \bar{f} \gamma^\mu \left( (\varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij} + \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^R) (\varepsilon_L^{Nf} + \varepsilon_R^{Nf}) + \right. \right. \right. \\
&\quad + \left. \left. (\varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij} + \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^R) (-\varepsilon_L^{Nf} + \varepsilon_R^{Nf}) \gamma_5 \right) f \right] + \right. \\
&\quad + \left. (\bar{\nu}_i \gamma^\mu \gamma_5 \nu_j) \left[ \bar{f} \gamma^\mu \gamma_5 \left( (\varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij} - \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^R) (\varepsilon_L^{Nf} - \varepsilon_R^{Nf}) + \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. (-\varepsilon_L^{N\nu} \delta_{ij} + \varepsilon_R^{N\nu} \Omega_{ij}^R) (\varepsilon_L^{Nf} + \varepsilon_R^{Nf}) \gamma_5 \right) f \right] \right\},
\end{aligned}$$

Podobnie jak w przypadku procesów naładowanych, korzystając z postaci (261) (262) otrzymuje się:

$$(g_f^{NL})_{ij} = \frac{\rho}{2} \varepsilon_L^{N\nu} (\varepsilon_L^{Nf} + \varepsilon_R^{Nf}) \delta_{ij}, \quad (g_f^{NR})_{ij} = \frac{\rho}{2} \varepsilon_R^{N\nu} (\varepsilon_L^{Nf} + \varepsilon_R^{Nf}) \Omega_{ij}^R, \tag{271}$$

$$(\bar{g}_f^{NL})_{ij} = \frac{\rho}{2} \varepsilon_L^{N\nu} (-\varepsilon_L^{Nf} + \varepsilon_R^{Nf}) \delta_{ij}, \quad (\bar{g}_f^{NR})_{ij} = \frac{\rho}{2} \varepsilon_R^{N\nu} (-\varepsilon_L^{Nf} + \varepsilon_R^{Nf}) \Omega_{ij}^R. \tag{272}$$

## U.5 Obliczenia Elementu macierzowego $M_a^f$

Dla każdego fermionu  $f = e, n, p$  materii ziemskiej można określić czteropęd  $k^\mu = (E, \mathbf{k})$  oraz wektor polaryzacji  $\vec{\lambda} = \chi^\dagger \vec{\sigma} \chi$ , gdzie  $\vec{\sigma}$  to macierze Pauliego (8), natomiast  $\chi$  to unormowane do jedności spinory (19).

Należy obliczyć następujący element macierzowy:

$$(M_a^f)_{ij} = \langle f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) | \bar{f} \Gamma_a g_{fa}^{ij} f | f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) \rangle + \langle f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) | \bar{f} \Gamma_a \bar{g}_{fa}^{ij} \gamma_5 f | f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) \rangle \tag{273}$$

Używając relacji:

$$|f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) \rangle = a^\dagger(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) |0\rangle \tag{274}$$

można napisać [120]:

$$\begin{aligned}
&\langle f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) | \bar{f} \Gamma_k g_{fk}^{ij} f | f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) \rangle = \frac{1}{2E} \bar{u}(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) \Gamma_k g_{fk}^{ij} u(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) = \\
&= \frac{1}{2E} \sum_{a,b} (\bar{u}(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_a (\Gamma_k)_{ab} g_{fk}^{ij} (u(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_b = \frac{1}{2E} (u(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_b (\bar{u}(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_a (\Gamma_k)_{ab} g_{fk}^{ij} = \\
&= \frac{1}{4E} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu)]_{ba} (\Gamma_k)_{ab} g_{fk}^{ij} = \\
&= \frac{1}{4E} g_{fk}^{ij} \text{Tr} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu) \Gamma_k], \tag{275}
\end{aligned}$$

natomiast

$$\begin{aligned}
& \langle f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) | \bar{f} \Gamma_k \bar{g}_{fk}^{ij} \gamma_5 f | f(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) \rangle = \frac{1}{2E} \bar{u}(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) \Gamma_k \bar{g}_{fk}^{ij} \gamma_5 u(\mathbf{k}, \vec{\lambda}) = \\
& = \frac{1}{2E} \sum_{a,b} (\bar{u}(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_a (\Gamma_k)_{ab} \bar{g}_{fk}^{ij} (\gamma_5)_{bc} (u(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_c = \\
& = (u(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_c (\bar{u}(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_a (\Gamma_k)_{ab} (\gamma_5)_{bc} \bar{g}_{fk}^{ij} = \\
& = \frac{1}{4E} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu)]_{ca} (\Gamma_k)_{ab} (\gamma_5)_{bc} \bar{g}_{fk}^{ij} = \\
& = \frac{1}{4E} \bar{g}_{fk}^{ij} \text{Tr} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu) \Gamma_k \gamma_5] . \tag{276}
\end{aligned}$$

gdzie  $m$  to masa fermionu. Dodatkowo wykorzystano własność spinorów [61, 120]:

$$(u(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_b (\bar{u}(\mathbf{k}, \vec{\lambda}))_a = \frac{1}{2} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu)]_{ba} . \tag{277}$$

Czterowektor spinu  $s^\mu$  dany jest przez:

$$s^\mu \equiv \left( \frac{\mathbf{k} \cdot \vec{\lambda}}{m}, \vec{\lambda} + \frac{\mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \vec{\lambda})}{m(m+E)} \right), \tag{278}$$

spełnia następujące związki:

$$s^2 = -1 \quad \text{oraz} \quad s_\mu p^\mu = 0. \tag{279}$$

W przypadku elementu macierzowego (275) (dotyczy macierzy  $g_{fV}^{ij}, g_{fA}^{ij}$ )

- dla wektorów  $\Gamma_\mu = \Gamma_V = \gamma_\mu$

$$\frac{1}{4} \text{Tr} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu) \gamma_\mu] = k_\mu, \tag{280}$$

- dla  $\Gamma_\mu = \Gamma_A = \gamma_\mu \gamma_5$

$$\frac{1}{4} \text{Tr} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu) \gamma_\mu \gamma_5] = m s_\mu. \tag{281}$$

W przypadku elementu macierzowego (276) (dotyczy macierzy  $\bar{g}_{fV}^{ij}, \bar{g}_{fA}^{ij}$ )

- dla wektorów  $\Gamma_\mu = \Gamma_V = \gamma_\mu, \Gamma_\mu \gamma_5 = \gamma_\mu \gamma_5$

$$\frac{1}{4} \text{Tr} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu) \gamma_\mu \gamma_5] = m s_\mu, \tag{282}$$

- dla  $\Gamma_\mu = \Gamma_A = \gamma_\mu \gamma_5, \Gamma_\mu \gamma_5 = \gamma_\mu \gamma_5 \gamma_5 = \gamma_\mu$

$$\frac{1}{4} \text{Tr} [(k^\mu \gamma_\mu + m) (1 + \gamma_5 s^\mu \gamma_\mu) \gamma_\mu] = k_\mu. \tag{283}$$

Podstawiając otrzymane wyrażenia do (273) dla każdego  $f = e, n, p$  otrzymuje się:

$$(M_{V\mu}^f)_{ij} = g_{fV}^{ij} \frac{k_\mu}{E_f} + \bar{g}_{fV}^{ij} \frac{s_\mu}{E_f} m_f, \quad (284)$$

$$(M_{A\mu}^f)_{ij} = \bar{g}_{fA}^{ij} \frac{k_\mu}{E_f} + g_{fA}^{ij} \frac{s_\mu}{E_f} m_f. \quad (285)$$

## U.6 Szerokość połówkowa rozpadu pionu

Należy rozważyć rozpad pionu (w układzie CM pionu). Oznacza się  $q$  jako czteropęd pionu,  $p$  czteropęd antyleptonu oraz  $k$  czteropęd neutrina.

$$q = (m_\pi, 0), \quad p = (E, \mathbf{p}), \quad k = (\omega, \mathbf{k}). \quad (286)$$

Szerokość rozpadu pionu  $\Gamma_{\pi^+}$  można wyznaczyć ze wzoru:

$$d\Gamma_{\pi^+} = \frac{1}{2m_\pi} \int \frac{d^3\mathbf{p}}{2E(2\pi)^3} \frac{d^3\mathbf{k}}{2\omega(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(q - p - k) |M|^2, \quad (287)$$

gdzie  $M$  to kwantowa amplituda wyznaczona dla rozpadu pionu.

Wykorzystując powyższy wzór, można określić  $R_{e/\mu}$  w postaci:

$$R_{e/\mu} \equiv \frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)}. \quad (288)$$

### U.6.1 $R_{e/\mu}$ dla oddziaływań MS

Amplitudę rozpadu pionu można zapisać (w cztero-fermionowym przybliżeniu), wykorzystując Lagrangian CC dla oddziaływań Modelu Standardowego (56) w postaci:

$$M = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} \varepsilon_L^q [\bar{d}(x) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u(x)] \varepsilon_L [\bar{\nu}(x) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) l(x)]. \quad (289)$$

Wykorzystując definicję (120)

$$\varepsilon_L^q \bar{\nu}_d(p_d) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_u(p_u) = i f_\pi p_\mu^\pi, \quad (290)$$

amplitudę (289) w reprezentacji pędowej można zapisać jako:

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi m_l V_{ud} \varepsilon_L [\bar{u}_{\nu_l}(k) (1 + \gamma_5) \nu_l(p)]. \quad (291)$$

Korzystając z metody śladów, można obliczyć:

$$[\bar{u}_{\nu_l}(k) (1 + \gamma_5) \nu_l(p)] [\bar{\nu}_l(p) (1 - \gamma_5) u_{\nu_l}(k)] = 2 \text{Tr}(\gamma^\nu k_\nu \gamma^\mu p_\mu) = 8 \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}. \quad (292)$$

Stąd kwadrat amplitudy wyraża się przez:

$$|M|^2 = 4G_F^2 f_\pi^2 V_{ud}^2 \varepsilon_L^2 m_l^2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}. \quad (293)$$

Iloczyn skalarny  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  wyraża się przez (masę neutrina zaniedbuje się):

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{p} = E\omega - |\mathbf{k}| |\mathbf{p}| = E\omega + \omega^2 = (E + \omega)\omega. \quad (294)$$

Podstawiając otrzymany wynik do (287) otrzymuje się:

$$d\Gamma = \frac{m_l^2 \varepsilon_L^2 f_\pi^2 G_F^2 V_{ud}^2}{2m_\pi (2\pi)^2} \int d^3\mathbf{p} d^3\mathbf{k} \left( \frac{E + \omega}{\omega} \right) \delta(m_\pi - E - \omega) \delta^3(\mathbf{p} + \mathbf{k}). \quad (295)$$

Z własności funkcjonału  $\delta$  otrzymuje się:

$$\delta(m_\pi - E - \omega) = \frac{\delta(\omega - \omega_0)}{\frac{\omega_0}{E} + 1}. \quad (296)$$

Dokonując zamiany zmiennych na współrzędne sferyczne oraz korzystając z  $|\mathbf{k}| = \omega$  ( $m_\nu = 0$ ) całkę pędową można napisać w postaci:

$$\int d\omega \omega^2 \left( 1 + \frac{\omega}{E} \right) \frac{\delta(\omega - \omega_0)}{\left( 1 + \frac{\omega_0}{E} \right)}. \quad (297)$$

Korzystając z kinematyki rozpadu pionu energia  $\omega$  wynosi:

$$E_\nu = \omega = \frac{m_\pi^2 - m_l^2}{2m_\pi}. \quad (298)$$

Szerokość połówkowa rozpadu pionu dla oddziaływań MS wynosi [3, 47]:

$$\Gamma_{\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l} = \frac{m_l^2 \varepsilon_L^2 f_\pi^2 G_F^2 V_{ud}^2}{2\pi m_\pi} \omega^2 = \frac{m_l^2 \varepsilon_L^2 f_\pi^2 G_F^2 V_{ud}^2}{8\pi m_\pi} \left( \frac{m_\pi^2 - m_l^2}{m_\pi} \right)^2. \quad (299)$$

Podstawiając za  $l = e, \mu$  oraz dzieląc szerokości połówkowe, otrzymuje się  $R_{e/\mu}$  (288) w postaci:

$$R_{e/\mu}^{SM} = \frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.276 \times 10^{-4}. \quad (300)$$

### U.6.2 $R_{e/\mu}$ dla oddziaływań NF

Ze względu na pojawienie się prawoskrętnych neutrin kwadrat amplitudy  $|M|^2$  będzie się składać z dwóch części:

$$|M|^2 = |M|_L^2 + |M|_R^2. \quad (301)$$

Część lewą i prawą można wyznaczyć w przypadku oddziaływań NF z Lagrangianu CC (105). Zgodnie z (132) oraz (133) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} M_L &= - \sum_i \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi p_\mu^\pi V_{ud} \varepsilon_L [\bar{u}_{\nu_i}(k) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v_{l_a}(p)] U_{ia}^{L*} + \\ &+ \sum_i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \tilde{f}_\pi W_{ud}^R \eta_R [\bar{u}_{\nu_i}(k) (1 + \gamma_5) v_{l_a}(p)] V_{ia}^{R*} = \\ &= \sum_i \frac{G_F}{\sqrt{2}} (f_\pi m_{l_a} V_{ud} \varepsilon_L U_{ia}^{L*} + \tilde{f}_\pi W_{ud}^R \eta_R V_{ia}^{R*}) [\bar{u}_{\nu_i}(k) (1 + \gamma_5) v_{l_a}(p)], \end{aligned} \quad (302)$$

i podobnie

$$\begin{aligned} M_R &= - \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi p_\mu^\pi V_{ud} \varepsilon_R [\bar{u}_{\nu_i}(k) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v_a(p)] U_{ia}^{R*} + \\ &+ \frac{G_F}{\sqrt{2}} \tilde{f}_\pi W_{ud}^L \eta_L [\bar{u}_{\nu_i}(k) (1 + \gamma_5) v_a(p)] V_{ia}^{L*} = \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} (f_\pi m_{l_a} V_{ud} \varepsilon_R U_{ia}^{R*} + \tilde{f}_\pi W_{ud}^L \eta_L V_{ia}^{L*}) [\bar{u}_{\nu_i}(k) (1 + \gamma_5) v_a(p)]. \end{aligned} \quad (303)$$

Wprowadza się pomocnicze stałe:

$$\tilde{\varepsilon}_P = \sum_i \varepsilon_P U_{ia}^{P*} V_{ud}, \quad \tilde{\eta}_P = \sum_i \eta_P V_{ia}^{P*} W_{ud}^P, \quad (304)$$

gdzie  $P = L, R$ . Warto pamiętać, iż stałe skalarne  $\eta_L, \eta_R$  zawierają w sobie czynnik  $\frac{M_W^2}{M_H^2}$ .

Korzystając z metody śladów, analogicznie jak w przypadku oddziaływań SM (292), można obliczyć  $|M|^2$ :

$$|M|^2 = 4G_F^2 \left\{ \left( f_\pi \tilde{\varepsilon}_L m_{l_a} + \tilde{\eta}_R \tilde{f}_\pi \right)^2 + \left( f_\pi \tilde{\varepsilon}_R m_{l_a} + \tilde{\eta}_L \tilde{f}_\pi \right)^2 \right\} (E + \omega)\omega. \quad (305)$$

Podstawiając otrzymany kwadrat amplitudy do wzoru (287) otrzymuje się:

$$\Gamma_{\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l}^{NF} = \frac{G_F^2 \left( \left( f_\pi \tilde{\varepsilon}_L m_{l_a} + \tilde{\eta}_R \tilde{f}_\pi \right)^2 + \left( f_\pi \tilde{\varepsilon}_R m_{l_a} + \tilde{\eta}_L \tilde{f}_\pi \right)^2 \right)}{2\pi m_\pi} \left( \frac{m_\pi^2 - m_l^2}{2m_\pi} \right)^2. \quad (306)$$

W przypadku ogólnych oddziaływań wielkość  $R$ , podstawiając za  $l = e, \mu$  oraz dzieląc



szerokości połówkowe, otrzymuje się  $R_{e/\mu}$  (288) w postaci:

$$\begin{aligned}
R_{e/\mu}^{NF} &= \left\{ \frac{(\tilde{\varepsilon}_L^2 + \tilde{\varepsilon}_R^2)f_\pi^2 m_e^2 + 2(\tilde{\varepsilon}_L \tilde{\eta}_R + \tilde{\varepsilon}_R \tilde{\eta}_L) f_\pi \tilde{f}_\pi m_e + (\tilde{\eta}_R^2 + \tilde{\eta}_L^2) \tilde{f}_\pi^2}{(\tilde{\varepsilon}_L^2 + \tilde{\varepsilon}_R^2)f_\pi^2 m_\mu^2 + 2(\tilde{\varepsilon}_L \tilde{\eta}_R + \tilde{\varepsilon}_R \tilde{\eta}_L) f_\pi \tilde{f}_\pi m_\mu + (\tilde{\eta}_R^2 + \tilde{\eta}_L^2) \tilde{f}_\pi^2} \right\} \frac{(m_\pi^2 - m_e^2)^2}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = \\
&= R_{e/\mu}^{SM} \left( \frac{1 + 2 \frac{(\tilde{\varepsilon}_L \tilde{\eta}_R + \tilde{\varepsilon}_R \tilde{\eta}_L) \tilde{f}_\pi}{(\tilde{\varepsilon}_L^2 + \tilde{\varepsilon}_R^2) f_\pi m_e} + \frac{(\tilde{\eta}_R^2 + \tilde{\eta}_L^2) \tilde{f}_\pi^2}{(\tilde{\varepsilon}_L^2 + \tilde{\varepsilon}_R^2) f_\pi^2 m_e^2}}{1 + 2 \frac{(\tilde{\varepsilon}_L \tilde{\eta}_R + \tilde{\varepsilon}_R \tilde{\eta}_L) \tilde{f}_\pi}{(\tilde{\varepsilon}_L^2 + \tilde{\varepsilon}_R^2) f_\pi m_\mu} + \frac{(\tilde{\eta}_R^2 + \tilde{\eta}_L^2) \tilde{f}_\pi^2}{(\tilde{\varepsilon}_L^2 + \tilde{\varepsilon}_R^2) f_\pi^2 m_\mu^2}} \right). \quad (307)
\end{aligned}$$

W przypadku braku oddziaływań skalarnych ( $\eta_L = \eta_R = 0$ )  $R_{e/\mu}^{NF} = R_{e/\mu}^{SM}$ . Jeżeli jednak wartości stałych  $\eta_L = \eta_R \neq 0$  to wpływ prawych naładowanych prądów wektorowych wyrażanych przez  $\tilde{\varepsilon}_R$  można zaniedbać ze względu, iż wchodzi one we współczynnik  $R_{e/\mu}$  kwadratowo. Część liniowa mnożona jest przez małą stałą  $\tilde{\eta}_L$ , co również pozwala zaniedbać taki wkład.

Wykorzystując powyższe założenia do wzoru (307), przyjmując  $\varepsilon_L = 1$ , otrzymuje się następującą postać  $R_{e/\mu}^{NF}$  [48]:

$$R_{e/\mu}^{NF} = R_{e/\mu}^{SM} \left( \frac{1 + 2 \frac{\tilde{\eta}_R \tilde{f}_\pi}{f_\pi m_e} + \frac{(\tilde{\eta}_R^2 + \tilde{\eta}_L^2) \tilde{f}_\pi^2}{f_\pi^2 m_e^2}}{1 + 2 \frac{\tilde{\eta}_R \tilde{f}_\pi}{f_\pi m_\mu} + \frac{(\tilde{\eta}_R^2 + \tilde{\eta}_L^2) \tilde{f}_\pi^2}{f_\pi^2 m_\mu^2}} \right), \quad (308)$$

z której można ograniczyć stałe oddziaływań skalarnych.

## Spis tabel

1	Stałe oddziaływań z $Z^0$ w Modelu Standardowym. . . . .	10
2	Macierze efektywnego Hamiltonianu. . . . .	33
3	Eksperymenty akceleratorowe ze względu na bazę. . . . .	45
4	Parametry oscylacyjne neutrin. . . . .	47
5	Ograniczenia na masę z bezneutrinowego podwójnego rozpadu $\beta$ . . . . .	48

## Spis rysunków

1	Schemat procesu oscylacji neutrin . . . . .	20
2	Schemat eksperymentu akceleratorowego oscylacji neutrin w przypadku, gdy końcowa liczba neutrin $N_{\alpha\beta}$ jest faktoryzowalna . . . . .	20
3	Diagram procesu $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ z wymianą $W^+$ . . . . .	21
4	Diagram procesu $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ z wymianą $W^+$ i $H^+$ . . . . .	25
5	$\text{Tr}\rho_P^2$ macierzy gęstości produkcji dla rozpadu $\pi^+$ w zależności od $\varepsilon_R$ . . . . .	27
6	Rozpraszanie neutrin w materii ziemskiej przez prądy naładowane CC i neutralne NC dla oddziaływań z $W^+$ , $H^+$ , $Z^0$ oraz $H^0$ . . . . .	32
7	Prawdopodobieństwa oscylacji $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ , dla $L = 13000$ km w funkcji energii neutrin . . . . .	37
8	Prawdopodobieństwa oscylacji $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ , dla $L = 13000$ km w funkcji energii neutrin . . . . .	38
9	Prawdopodobieństwa oscylacji $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ , dla $L = 13000$ km w funkcji energii neutrin . . . . .	38
10	Diagram procesu detekcji . . . . .	40
11	Schemat otrzymywania wiązki neutrin w eksperymentach akceleratorowych . . . . .	44
12	Przekroje czynne dla eksperymentu OPERA - wartości centralne . . . . .	57
13	Przekroje czynne dla eksperymentu OPERA $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$ - statystyka $N = 1$ . . . . .	58
14	Przekroje czynne dla eksperymentu OPERA $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.01$ . . . . .	59
15	Przekroje czynne dla eksperymentu NO $\nu$ A - wartości centralne . . . . .	60
16	Przekroje czynne dla eksperymentu NO $\nu$ A $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.1$ - statystyka $N = 1$ . . . . .	61
17	Przekroje czynne dla eksperymentu NO $\nu$ A $\varepsilon_R^{N\nu} = 0.01$ . . . . .	62
18	Rozpraszanie neutrin w materii ziemskiej przez prądy naładowane CC dla oddziaływań z $W^+$ i $H^+$ . . . . .	68
19	Rozpraszanie neutrin w materii ziemskiej przez prądy neutralne NC dla oddziaływań z $Z^0$ i $H^0$ . . . . .	69

## Literatura

- [1] Collaboration SNO. *Phys. Rev. Lett.* 87, p. 071301, (2001). [str. 1]
- [2] <http://www.sno.phy.queensu.ca/>. [str. 1]
- [3] C. Giunti, C. W. Kim. Fundamentals of neutrino physics and astrophysics. Oxford Univ. Press, (2007). [str. 3, 7, 12, 23, 27, 45, 65, 67, 76]
- [4] E. Majorana. *Il Nuovo Cim.* 14, 170, (1937). [str. 7]
- [5] S. Weinberg. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.* 19, p. 1264 – 1266, (1967). [str. 9]
- [6] S. L. Glashow. Partial symmetries of weak interactions. *Nucl. Phys.* 22, p. 579 – 588, (1961). [str. 9]
- [7] A. Salam. Weak and electromagnetic interactions. *Proc. of the 8th Nobel Symposium on „Elementary Particle Theory, Relativistic Groups and Analyticity”*, p. 367 – 377, (1968). [str. 9]
- [8] The ALEPH, The DELPHI, The L3, The OPAL, The SLD Collaborations, The LEP Electroweak Working Group, The SLD Electroweak and Heavy Flavour Groups. *Phys. Rep.* 427, p. 257 – 454, (2006). [str. 9, 11]
- [9] M. Zralek. 50 years of neutrino physics. *Acta Physica Polonica B* 41, No. 12 (2011). [str. 9, 12]
- [10] M. Zralek. Some aspects of neutrino theory. *Acta Physica Polonica B* 41, No.7 p. 1477 – 1490, (2010). [str. 9]
- [11] N. Cabibbo. *Phys. Rev. Lett.* 10, 531, (1963). [str. 9]
- [12] M. Kobayashi, T. Maskawa. *Prog. Theor. Phys.* 49, 652, (1973). [str. 9]
- [13] J. Beringer et al. Particle data group. *Phys. Rev. D* 86, 010001, (2012). [str. 10, 11, 14, 15, 21, 23, 39, 41, 46, 50, 53]
- [14] M. Goldhaber. Helicity of neutrinos. *Phys. Rev.* 109, p. 1015 – 1017, (1958). [str. 11]
- [15] V. L. Telegdi. *History of Oryginal Ideas and Basic Discoveries in Particle Physics*. NATO Scientific Affairs Division, (1996). [str. 11]
- [16] L. Grenacs et al. *Am. J. Phys.* 50, 931, (1982). [str. 11]
- [17] W. Pauli. Neutrino Physics edited by K. Winter. Cambridge Univ. Press, (1991). [str. 11]
- [18] E. Fermi. *Ricerca Scient.* 2, 12, (1933). [str. 11]

- [19] E. Fermi. *Z. Physik* 88, 161, (1934). [str. 11]
- [20] F. Perrin. *Comptes Rendues* 197, p. 1625, (1933). [str. 11]
- [21] L. L Langer, R. J. D. Moffat. *Phys. Rev.* 88, 689, (1952). [str. 11]
- [22] J. Bahcall. What do we (not) know theoretically about solar neutrino fluxes? *Phys. Rev. Lett.* 92, 12, (2004). [str. 11]
- [23] B. T. Cleveland et al. Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector. *Astrophys. J.* 496, p. 505 – 526, (1998). [str. 11, 28]
- [24] Collaboration KAMIOKANDE. *Phys. Rev. Lett.* 63, 6 (1989); *Phys. Rev. Lett.* 65, 1297 (1990); *Phys. Rev. Lett.* 65, 1301 (1990); *Phys. Rev. Lett.* 66, 9 (1991); *Phys. Rev. D* 44, 2241 (1991). [str. 11]
- [25] Collaboration SAGE. *Phys. Rev. Lett.* 67, 3332 (1991); *Phys. Lett.* B328, 234 (1994); *Phys. Rev. Lett.* 83, 4686 (1990); *Phys. Rev.* C60, 055801 (1990). [str. 11]
- [26] Collaboration GALLEX. *Phys. Lett.* B285, 376 (1992); *Phys. Lett.* B285, 390 (1992); *Phys. Lett.* B357, 237 (1995). [str. 11]
- [27] B. Dziewit, K. Kajda, J. Gluza, M. Zralek. Majorana neutrino textures from numerical considerations: the cp conserving case. *Phys. Rev. D* 74, p. 033003, (2006). [str. 14]
- [28] B. Dziewit, S. Zajac, M. Zralek. Majorana neutrino mass matrix with CP symmetry breaking. *Acta Physica Polonica B* 42, p. 2509 – 2516, (2011). [str. 14]
- [29] Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.* 28, p. 870, (1962). [str. 14, 28]
- [30] B. Pontecorvo. *Sov. Phys. JETP* 7, 172, (1958). [str. 14, 28]
- [31] R. Mohapatra. Natural left-right symmetry. *Phys. Rev. D* 11, 9, p. 2558 – 2561, (1975). [str. 16]
- [32] J. Syska, S. Zajac, M. Zralek. Neutrino oscillations in the case of general interaction. *Acta Physica Polonica B* 38, p. 3365 – 3371, (2007). [str. 16, 21, 22, 32, 39]
- [33] F. del Aguila, J. Syska, M. Zralek. Impact of right-handed interactions on the propagation of dirac and majorana neutrinos in matter. *Phys. Rev. D* 76, p. 013007, (2007). [str. 16, 17, 32, 34, 65]
- [34] P. Duka, J. Gluza, M. Zralek. Quantization and renormalization of the manifest left-right symmetric model of electroweak interactions. *Annals of Physics* 280, 2, p. 336-408, (2000). [str. 17]
- [35] F. Pisano and V. Pleitez.  $SU(3) \times U(1)$  model for electroweak interactions. *Phys. Rev. D* 46, p. 410-417, (1992). [str. 17]

- [36] R. N. Mohapatra. Unification and Supersymmetry. The Frontiers of Quark-Lepton Physics. Springer-Verlag New York, Inc. (2003). [str. 19]
- [37] T. Fukuyama. SO (10) GUT in four and five dimensions: A review. *Int. J. Mod. Phys. A* 28, 1330008, (2013). [str. 19]
- [38] C. Giunti. Treatment of neutrino oscillations without resort to weak eigenstates. *Phys. Rev. D* 48,9 , p. 4310 – 4317, (1993). [str. 20]
- [39] J. Rich. The Quantum mechanics of neutrino oscillations. *Phys. Rev. D* 48, p. 4318 – 4325, (1993). [str. 20]
- [40] W. Grimus. Real oscillations of virtual neutrinos. *Phys. Rev. D* 54, 5, p. 3414 – 3419, (1996). [str. 20]
- [41] M. Ochman, R. Szafron, M. Zralek. Neutrino production states in oscillation phenomena - are they pure or mixed? *J. Phys. G* 35, 065003, (2008). [str. 21, 22]
- [42] R. Szafron, M. Zralek. Neutrino production states and NSI. arXiv:1010.6034 (2010). [str. 21]
- [43] P. A. Bolashenko, V. P. Frolov. Density matrix and generating functional for quantized neutrino field in the space-time of a rotating black hole. *Theoretical and Mathematical Physics* 78, 1, p. 31 – 41, (1989). [str. 21]
- [44] G. M. Fuller, Yong-Zhong Qian. Simultaneous Flavor Transformation of Neutrinos and Antineutrinos with Dominant Potentials from Neutrino-Neutrino Forward Scattering. *Phys. Rev. D* 73, 023004, (2006). [str. 21]
- [45] H. Duan, G. M. Fuller, Yong-Zhong Qian. Collective Neutrino Flavor Transformation In Supernovae. *Phys. Rev. D* 74, 123004, (2006). [str. 21]
- [46] G. Raffelt. Particle physics from stars. *ANN. Rev. Nucl. Part. Sci.* 49, 163, (1999). [str. 21]
- [47] F. Halzen, A. D. Martin. Quarks and Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics. John Wiley and Sons, (1984). [str. 23, 76]
- [48] B. A. Campbell, Ahmed Ismail. Leptonic pion decay and physics beyond the electroweak standard model. arXiv:0810.4918v1 (2008). [str. 23, 25, 54, 78]
- [49] R. Szafron, M. Zralek. Can we distinguish Dirac and Majorana neutrinos produced in muon decay? *Acta Physica Polonica B* 40, p. 3041 – 3047, (2009). [str. 27]
- [50] B. Pontecorvo. *Sov. Phys. JETP* 6, 429, (1957). [str. 28]
- [51] M. Zralek. From kaons to neutrinos: Quantum mechanics of particle oscillations. *Acta Physica Polonica B* 29, 12, (1998). [str. 28]

- [52] G. Danby, J-M. Gaillard, K. Goulianos, L. M. Lederman, N. Mistry, M. Schwartz, J. Steinberger. Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* *9*, p. 36 – 44, (1962). [str. 28]
- [53] B. Pontecorvo. Neutrino experiments and the question of leptonic-charge conservation. *Sov. Phys. JETP* *26*, p. 984 – 988, (1968). [str. 28]
- [54] V. Gribov, B. Pontecorvo. *Phys. Lett. B* *28*, 493, (1969). [str. 28]
- [55] S. Eliezer, A. R. Swift. Experimental Consequences of electron Neutrino-Muon-neutrino Mixing in Neutrino Beams. *Nucl. Phys. B* *105*, 45, (1976). [str. 28]
- [56] H. Fritzsch, P. Minkowski. *Phys. Lett. B* *62*, 72, (1976). [str. 28]
- [57] S.M. Bilenky, B. Pontecorvo. *Lett. Nuovo Cim.* *17*, 569, (1976). [str. 28]
- [58] L. Wolfenstein. Neutrino oscillations in matter. *Phys. Rev. D* *17*, p. 2369–2374, (1978). [str. 28]
- [59] S. Mikheyev, Y. Smirnov. Neutrino oscillation in a medium with variable density. *Sov. Phys. Usp* *29*, p. 1155, (1986). [str. 28]
- [60] B. Bekman, J. Gluza, J. Holeczek, J. Syska, M. Zralek. Matter effects and CP violating neutrino oscillations with non-decoupling heavy neutrinos. *Phys. Rev. D* *66*, 093004, (2002). [str. 32, 34]
- [61] S. Bergmann, Y. Grossman, E. Nardi. Neutrino propagation in matter with general interactions. *Phys. Rev. D* *60*, 093008, (1999). [str. 32, 33, 34, 65, 70, 74]
- [62] J.J. Sakurai. *Advanced Quantum Mechanics*. Pearson Education, Inc. (2006). [str. 34]
- [63] A. L. Ruso Review of weak coherent pion production. *AIP Conference Proceedings* *1405*, 1, p. 140–145. (2011) [str. 39]
- [64] J. A. Formaggio, G. P. Zeller. From eV to EeV: Neutrino cross sections across energy scales. *Rev. Mod. Phys.* *84*, p. 1307–1341, (2012). [str. 39]
- [65] R. Devenish, A. Cooper-Sarkar. *Deep Inelastic Scattering*. Oxford University Press, (2004). [str. 40]
- [66] C. Giunti, C. W. Kim. Quantum mechanics of neutrino oscillations. Technical Report KIAS-P00070, (2001). [str. 40, 41]
- [67] M. Blennow, D. Meloni, T. Ohlsson, F. Terranova, M. Westerberg. Non-standard interactions using the OPERA experiment. *Eur. Phys. J. C* *56*, p. 529–536, (2008). [str. 42, 50, 51]
- [68] K. Zuber. *Neutrino Physics*. Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation. Taylor and Francis Group, (2004). [str. 43]

- [69] J. E. Campagne. Neutrino oscillations from pion decay in flight. *Physics Letters B* 400, p. 135 – 144, (1997). [str. 44]
- [70] C. Athanassopoulos et al. (LSND Collaboration). Results on  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  oscillations from pion decay in flight neutrinos. *Phys. Rev. C* 58, p. 2489 – 2511, (1998). [str. 44]
- [71] S. Avvakumov et al. A search for  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  and  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  oscillations at NUTEV. *Phys. Rev. Lett.* 89, 011804, (2002). [str. 45]
- [72] LSND Collaboration et al. C. Athanassopoulos. Evidence for  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  Neutrino Oscillations from LSND. *Phys. Rev. Lett.* 77, p. 3082 – 3085, (1996). [str. 45]
- [73] C. Angelini et al. New experimental limits on  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  oscillations. *Phys. Lett. B* 179, 307, (1986). [str. 45]
- [74] F. Bergsma et al. A Search for Neutrino Oscillations. *Z. Phys. C* 40, 171, (1988). [str. 45]
- [75] Collaboration CHORUS. R. Tsenov et al. Final results on  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  oscillation from the CHORUS experiment. *Balkan Phys. Lett.* 17, p. 191-200, (2009). [str. 45]
- [76] NOMAD Collaboration, P. Astier et al. Search for  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  Oscillations in the NOMAD Experiment. *Physics Letters B* 570, p. 19-31, (2003). [str. 45]
- [77] M. H. Ahn et al. (K2K Collaboration). *Phys. Rev. Lett.* 90, 041801, (2003). [str. 45]
- [78] P. Adamson et al. (MINOS Collaboration). Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by MINOS. *Phys. Rev. Lett.* 106, 181801, (2011). [str. 45]
- [79] R Acquafredda et al. The OPERA experiment in the CERN to Gran Sasso neutrino beam. *Journal of Instrumentation* 4, 04018, (2009). [str. 45]
- [80] M. Apollonio, A. Baldini et al. Search for neutrino oscillations on a long base-line at the CHOOZ nuclear power station. *Eur. Phys. J. C* 27, p. 331 – 374, (2003). [str. 45]
- [81] N. Agafonova et al.(OPERA Collaboration) Observation of a first  $\nu_\tau$  candidate in the OPERA experiment in the CNGS beam. [str. 45] *Phys. Lett. B* 691, p. 138 – 145, (2010).
- [82] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande Collaboration) Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* 81, p. 1562 – 1567, (1998). [str. 45]
- [83] F. P. An, et al. (Daya Bay Collaboration). Observation of Electron-Antineutrino Disappearance at Daya Bay. *Phys. Rev. Lett.* 108, 171803, (2012). [str. 45]
- [84] <http://www-nova.fnal.gov/>. [str. 45]

- [85] D. Ayres et al. Letter of intent to build an off-axis detector to study  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  oscillations with the NuMI neutrino beam. *FERMILAB-PROPOSAL-0929*, arXiv:hep-ex/0210005, (2002). [str. 45]
- [86] D. S. Ayres et al. The NO $\nu$ A Technical Design Report. HAL: in2p3-00704734, (2007). [str. 45]
- [87] G. J. Feldman, J. Hartnell, T. Kobayashi. A review of long-baseline neutrino oscillation experiments. arXiv:1210.1778v1 (2012). [str. 46]
- [88] S. Bertolucci, A. Blondel, et al. European strategy for Accelerator-Based Neutrino Physics. Prepared by the program committee of the Neutrino „town meeting” CERN, (2012). [str. 46]
- [89] A. Longhin. Optimization of neutrino beams for underground sites in Europe. arXiv:1206.4294, (2012). [str. 46]
- [90] D. V. Forero, M. Tórtola, J. W. F. Valle. Global status of neutrino oscillation parameters after neutrino-2012. *Phys. Rev. D* *86*, 073012, (2012). [str. 46, 47]
- [91] Ch. Kraus, B. Bornschein, et al. Final results from phase ii of the mainz neutrino mass search in tritium  $\beta$  decay. *Eur. Phys. J. C* *40*, p. 447 – 468, (2005). [str. 47]
- [92] V. N. et al. Aseev. Upper limit on electron antineutrino mass from Troitsk experiment. *Phys. Rev. D* *84*, 112003, (2011). [str. 47]
- [93] S. M. Bilenky, C. Giunti. Neutrinoless double-beta decay. A brief review. arXiv:1203.5250v3, (2012). [str. 48]
- [94] A. M. Bakalyarov, et al. Results of the experiment on investigation of Germanium-76 double beta decay. Experimental data of Heidelberg-Moscow collaboration November 1995 - August 2001. arXiv:hep-ex/0309016, (2003). [str. 48]
- [95] R. Arnold. Limits on different Majoron decay modes of Mo<sup>100</sup> and <sup>82</sup>Se for neutrinoless double beta decays in the NEMO-3 experiment. *Nucl. Phys. A* *765*, 483, (2006). [str. 48]
- [96] A.S. Barabash, NEMO Collaboration. Investigation of double beta decay with the NEMO-3 detector. *Physics of Atomic Nuclei* *68*, *3*, p. 414 – 419, (2005). [str. 48]
- [97] C. A. Ur. The GERDA experiment: status and perspectives. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* *217*, p. 38 – 40, (2011). [str. 48]
- [98] F. Bellini, C. Bucci, S. Capelli, et al. Monte Carlo evaluation of the external gamma, neutron and muon induced background sources in the CUORE experiment. *Astropart. Phys.* *33*, p. 169 – 174, (2010). [str. 48]
- [99] KamLAND-Zen Collaboration. Measurement of the double-beta decay half-life of Xe with the KamLAND-Zen experiment. *Phys. Rev. C* *85*, 045504, (2012). [str. 48]



- [100] R. Gornea. Search for double beta decay with the EXO-200 TPC and prospects for barium ion tagging in liquid xenon. *J. Phys. Conf. Ser.* *309*, 012003, (2011). [str. 48]
- [101] M. C. Gonzalez-Garcia, Y. Grossman, A. Gusso, Y. Nir. New CP violation in neutrino oscillations. *Phys. Rev. D* *64*, 096006, (2001). [str. 50]
- [102] J. Kopp, M. Lindner, T. Ota, and J. Sato. Non-standard neutrino interactions in reactor and superbeam experiments. *Phys. Rev. D* *77*, 013007, (2008). [str. 50]
- [103] T. Ohlsson. Status of non-standard neutrino interactions. *Rep. Prog. Phys.* *76*, 044201, (2013). [str. 50]
- [104] Y. Grossman. Non-standard neutrino interactions and neutrino oscillation experiments. *Phys. Lett. B* *359*, p. 141–147, (1995). [str. 50]
- [105] Z. Isvan. Search for non-standard interactions with the MINOS experiment. *Proceedings for DPF*, arXiv:1110.1900, (2011). [str. 50, 51]
- [106] C. Lunardini A. Friedland. Test of tau neutrino interactions with atmospheric neutrinos and K2K data. *Phys. Rev. D* *72*, 053009, (2005). [str. 51]
- [107] T. Ohlsson. Searching for novel neutrino interactions at NO $\nu$ A and beyond in light of large  $\theta_{13}$ . *Rep. Prog. Phys.* *76*, 044201, (2013). [str. 51]
- [108] P. Langacker. The physics of heavy  $Z'$  gauge bosons. *Rev. Mod. Phys.* *81*, p. 1199 – 1228, (2009). [str. 52]
- [109] J. Beringer et al. Particle data group. *Phys. Rev. D* *86*, 010001, p. 548–554, (2012). [str. 52]
- [110] D. Britton. Improved search for massive neutrinos in  $\pi^+ \rightarrow e^+\nu$  decay. *Physical Review D* *46*, p. 885–887, (1992). [str. 53]
- [111] G. Czapek. Branching ratio for the rare pion decay into positron and neutrino. *Physical Review Letters* *70*, p. 17–20, (1993). [str. 53]
- [112] D. Pocanic, A. Palladino, L. P. Alonzi, and et al. New studies of allowed pion and muon decays. arXiv:1210.5025v1, (2012). [str. 53]
- [113] W. J. Marciano and A. Sirlin. Radiative corrections to  $\pi$  (lepton 2) decays. *Phys. Rev. Lett.* *71*, p. 3629–3632, (1993). [str. 53]
- [114] M. Finkemeier. *Phys. Lett. B*, *391*, (1996). [str. 53]
- [115] V. Cirigliano I. Rosell. *Phys. Rev. Lett.* *99*, 231801, (2007). [str. 53]
- [116] J. Beringer et al. Particle data group. *Phys. Rev. D* *86*, 010001, p. 696, (2012). [str. 54]

- [117] R. Abela, G. Backenstoss, W. Kunold, L.M. Simons, R. Metzner. Measurements of the polarization of the 2p and 1s states in muonic atoms and the helicity of the muon in pion decay. *Nucl. Phys. A* 395, p. 413-434, (1983). [str. 54]
- [118] W. Fetscher. Helicity of the  $\nu_\mu$  in  $\pi^+$  decay: A comment on the measurement of  $p_\mu$  in muon decay. *Physics Letters B* 140, p. 117 – 118, (1984). [str. 54]
- [119] T. Golan, C. Juszczak, J. T. Sobczyk. Final state interactions effects in neutrino-nucleus interactions. *Phys. Rev. C* 86, 015505, (2012). [str. 56]
- [120] E. Leader. Spin in particle physics, vol. 15. (2001). [str. 73, 74]